



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

Έλεγχος Ρεύματος Αντιστροφέων Πηγής Τάσης για  
Σύνδεση στο Δίκτυο με LCL Φίλτρο

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Αντωνίου Ε.  
Παπαβασιλείου

Επιβλέπων: Σταύρος Παπαθανασίου  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.





**ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ  
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

**Έλεγχος Ρεύματος Αντιστροφέων Πηγής Τάσης για  
Σύνδεση στο Δίκτυο με LCL Φίλτρο**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

του

**Αντωνίου Ε.  
Παπαβασιλείου**

**Επιβλέπων:** Σταύρος Παπαθανασίου  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή.

.....  
Σταύρος Παπαθανασίου  
Λέκτορας Ε.Μ.Π.

.....  
Αντώνιος Κλαδάς  
Αν. Καθηγητής Ε.Μ.Π.

.....  
Στέφανος Μανιάς  
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

Αθήνα, Ιούλιος 2006.

.....  
**Αντώνιος Ε. Παπαβασιλείου**  
Διπλωματούχος Ηλεκτρολόγος Μηχανικός και Μηχανικός Υπολογιστών

Copyright © Αντώνιος Ε. Παπαβασιλείου, 2006  
Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς το συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν το συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

**Περίληψη** Η χρήση αντιστροφέων για τη διασύνδεση διανεμημένων παραγωγών στο δίκτυο απαιτεί συστήματα ελέγχου που επιτρέπουν τη ρύθμιση του ενεργού και αέργου ρεύματος εξόδου και παρέχουν ισχύ καλής ποιότητας ανεξάρτητα από τις διαταραχές δικτύου. Η παρούσα εργασία προτείνει ένα απλό σχήμα ελέγχου ρεύματος βασισμένο σε ένα συνδυασμό deadbeat και PI ελέγχου για έναν τριφασικό αντιστροφέα τύπου πηγής τάσης ο οποίος συνδέεται στο δίκτυο με LCL φίλτρο. Το σύστημα ελέγχου αναλύεται στο πεδίο της συχνότητας και εξάγεται αναλυτική έκφραση για το αρμονικό περιεχόμενο του ρεύματος εξόδου. Η ευστάθεια, η ταχεία δυναμική απόκριση και η σθεναρότητα του συστήματος ελέγχου σε ατέλειες του δικτύου, μεταβολές στις παραμέτρους του φίλτρου και σφάλματα μετρήσεων επαληθεύονται θεωρητικά και με προσομοίωση στον υπολογιστή.

Λέξεις κλειδιά: τριφασικός αντιστροφέας, έλεγχος ρεύματος, LCL φίλτρο, PI έλεγχος, deadbeat έλεγχος, μετασχηματισμός dq, πεδίο συχνότητας

**Abstract** The utilization of inverters for the interconnection of distributed generators to the grid requires control systems capable for the regulation of active and reactive current and the injection of high quality power independent of grid perturbations. This project proposes a simple current control scheme based on the combination of deadbeat and PI control for a three-phase voltage source inverter connected to the grid through an LCL filter. The control system is analysed in the frequency domain and an analytical expression for the harmonic content of the output current is derived. Theoretical analysis and computer simulation validate the stability, fast transient response and robustness of the proposed system to network disturbances, variations in filter parameters and measurement errors.

Index terms: three-phase inverter, current control, LCL filter, PI control, dead-beat control, dq transformation, frequency domain

# Περιεχόμενα

<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>9</b>
<b>2 Αρχές λειτουργίας αντιστροφέων</b>	<b>12</b>
2.1 Λειτουργία . . . . .	12
2.2 Πηγή τροφοδότησης . . . . .	13
2.3 Παλμοδότηση διακοπών . . . . .	16
2.3.1 Χωρικά διανύσματα και δείκτης διαμόρφωσης . . . . .	16
2.3.2 Άλγορίθμοι διαμόρφωσης . . . . .	17
2.3.3 Διαμόρφωση εύρους παλμών με φέρον (PWM) . . . . .	21
2.4 Στρατηγική ελέγχου . . . . .	25
2.4.1 Κατηγορίες ανάδρασης . . . . .	25
2.4.2 Μετασχηματισμός Park . . . . .	27
2.5 Φιλτράρισμα . . . . .	29
<b>3 Σχεδίαση κυκλώματος</b>	<b>31</b>
3.1 Στόχοι σχεδίασης . . . . .	31
3.2 Deadbeat Έλεγχος . . . . .	31
3.2.1 Κύκλωμα ελέγχου . . . . .	31
3.2.2 Διακύμανση $u_b$ . . . . .	36
3.2.3 Κύκλωμα πρόβλεψης . . . . .	37
3.3 PI Έλεγχος και $K_p, K_i, L_2, C$ . . . . .	39
3.3.1 Σχεδίαση . . . . .	44
3.3.2 Δυναμική απόχριση και ευστάθεια . . . . .	47
3.4 Διαγράμματα Bode και $L_1$ . . . . .	54
3.5 Γραμμική περιοχή και $V_{dc}$ . . . . .	60
3.6 Ατέλειες δικτύου . . . . .	63
3.6.1 Προδιαγραφές αρμονικής παραμόρφωσης . . . . .	63
3.6.2 Αρμονικές τάσης εισόδου . . . . .	65
3.6.3 Ασυμμετρίες τάσης . . . . .	76
3.7 Σθεναρότητα (robustness) ελέγχου . . . . .	77
3.7.1 Σφάλμα $L_1$ . . . . .	78
3.7.2 Σφάλμα C . . . . .	79
3.7.3 Σφάλματα μετρήσεων . . . . .	80
3.8 Συμπεράσματα . . . . .	84
<b>A Δομικά διαγράμματα Simulink</b>	<b>95</b>
<b>B Κώδικας Matlab</b>	<b>100</b>
B.1 design.m . . . . .	100
B.2 dynamic.m . . . . .	101
B.3 fres.m . . . . .	103
B.4 Bode.m . . . . .	104

B.5 asymmetry.m	106
-----------------	-----

# 1 Εισαγωγή

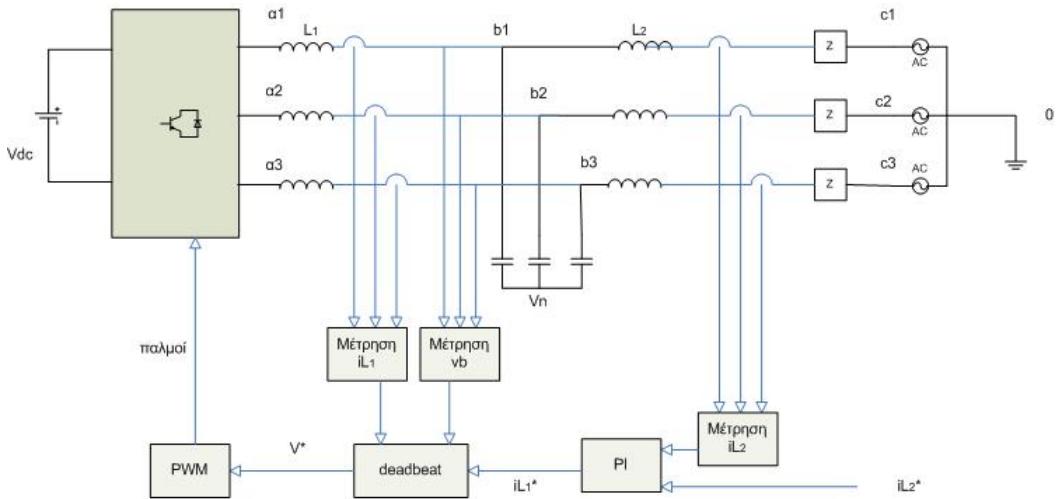
Η χρήση αντιστροφέων για τον έλεγχο ροής ισχύος έχει ενταθεί τα τελευταία χρόνια εξαιτίας της χρησιμοποίησης αντιστροφέων στη διασύνδεση διανεμημένων παραγωγών στο δίκτυο, στα συστήματα οδήγησης κινητήρων, στην αντιστάθμιση αέργου ισχύος, στην αδιάλειπτη παροχή ισχύος και σε μεγάλο αριθμό άλλων βιομηχανικών εφαρμογών. Παραδοσιακά τα L φίλτρα έχουν κυριαρχήσει στο φίλτραρισμα των αντιστροφέων, αλλά πρόσφατα η δυνατότητα διασύνδεσης αντιστροφέων με LCL φίλτρα έχει παρουσιαστεί ως μια ελκυστική εναλλακτική λύση για εφαρμογές υψηλής ποιότητας ισχύος. Τα συστήματα ελέγχου αντιστροφέων με LCL φίλτρο μπορούν να διαμορφωθούν με μεγάλη ποικιλία και συνήθως χρησιμοποιούν PI έλεγχο [1], deadbeat έλεγχο [2], ένα συνδυασμό των παραπάνω [3], [4] ή και πιο σύνθετες μεθόδους πολυμεταβλητού ελέγχου [5]. Η εν λόγω εργασία προτείνει ένα απλό σύστημα ελέγχου για τη διασύνδεση ενός αντιστροφέα πηγής τάσης στο δίκτυο με LCL φίλτρο. Στην παρούσα παράγραφο προσπαθούμε να εντοπίσουμε συνοπτικά τη θέση που κατέχει το προτεινόμενο σύστημα ελέγχου σε σχέση με την υπάρχουσα βιβλιογραφία.

Ένα βασικό σχεδιαστικό δίλημμα αποτελεί ο συμβιβασμός μεταξύ του πλήθους ηλεκτρικών μετρήσεων και της πολυπλοκότητας του κυκλώματος που χρησιμοποιεί το σύστημα ελέγχου. Συστήματα ελέγχου που μετράνε λιγότερα μεγέθη αναπόφευκτα υλοποιούνται με αυξημένη πολυπλοκότητα. Αν και αποδεικνύεται ότι το LCL φίλτρο είναι ένα παρατηρήσιμο σύστημα, τα μεγέθη που δε μετρώνται πρέπει να εκτιμηθούν με παρατηρητές [3], [6] οι οποίοι εισάγουν μια καθυστέρηση λόγω των υπολογισμών που πραγματοποιούν, μια αυξημένη ευαισθησία στις διακυμάνσεις των παραμέτρων του φίλτρου, πολυπλοκότητα και αυξημένο κόστος. Το σύστημα ελέγχου της εν λόγω εργασίας χρησιμοποιεί τρεις μετρήσεις ( $i_{L_1}$ ,  $i_{L_2}$ ,  $v_b$ ) για τη διεξαγωγή του ελέγχου. Υπάρχουν εξίσου απαιτητικά παραδείγματα στη βιβλιογραφία [2], [4], [5] ωστόσο η πραγματοποίηση μεγάλου αριθμού μετρήσεων συνεπάγεται διείσδυση των σφαλμάτων μετρησης στο ρεύμα εξόδου όπως εξηγούμε στην παράγραφο 3.7.3 και επίσης αυξημένο κόστος υλοποίησης.

Η εν λόγω εργασία ελέγχει το ρεύμα εξόδου  $i_{L_2}$  όπως ένας αριθμός άλλων αναφορών [1], [3]. Ο έλεγχος ρεύματος εξόδου δεν είναι ο μοναδικός τρόπος διαμόρφωσης του συστήματος ελέγχου ενός αντιστροφέα με LCL φίλτρο, αφού στη βιβλιογραφία συναντώνται και συστήματα ελέγχου της τάσης πυκνωτή  $v_b$  [2] καθώς και του ρεύματος αντιστροφέα  $i_{L_1}$  [4]. Για συστήματα που διασυνδέονται σε ισχυρό δίκτυο είναι προφανές ότι ο έλεγχος της ισχύος εξόδου του αντιστροφέα ανάγεται σε έλεγχο του ρεύματος εξόδου. Άρα το μειονέκτημα συστημάτων όπως τα [2], [4] είναι ότι δεν ελέγχουν άμεσα την ισχύ εξόδου και είναι πιο εύκολο οι διαταραχές της τάσης δικτύου να μεταφερθούν στο ρεύμα εξόδου με αποτέλεσμα τέτοια συστήματα να μην πληρούν προδιαγραφές διασύνδεσης.

Τις τρεις τελευταίες δεκαετίες ο έλεγχος ρεύματος σε αντιστροφείς τύπου πηγής τάσης έχει επικεντρωθεί σε τρεις βασικές κατηγορίες: τον έλεγχο υστέρησης, τον έλεγχο PI και τον deadbeat έλεγχο. Ο έλεγχος υστέρησης είναι ανέφικτο να

εφαρμοστεί όταν το φίλτρο που χρησιμοποιείται είναι LCL, αφού περιέχει ένα συνεχές φάσμα το οποίο αναπόφευκτα συντονίζεται στη συχνότητα συντονισμού του φίλτρου. Η εν λόγω εργασία υλοποιείται με ένα συνδυασμό deadbeat και PI ελέγχου, το απλοποιημένο διάγραμμα του οποίου φαίνεται στο σχήμα 1. Με χρήση deadbeat ελέγχου ο κλάδος ab συμπεριφέρεται σαν μια ανεξάρτητη πηγή ρεύματος  $i_{L_1}^*$  ενώ το ρεύμα αυτής της ανεξάρτητης πηγής ρεύματος το οποίο απαιτείται για να επιτευχθεί ρεύμα  $i_{L_2}^*$  στην έξοδο προκύπτει από τον PI έλεγχο του  $i_{L_2}$ .



Σχήμα 1: Διάγραμμα ελέγχου

Το σύστημα deadbeat ελέγχου της παρούσας εργασίας είναι απλούστερο από τα [2], [3] που υλοποιούνται επίσης με deadbeat έλεγχο. Η απλότητα του προτεινόμενου συστήματος ελέγχου οφείλεται στον επιμερισμό του ελέγχου, με αποτέλεσμα ο deadbeat έλεγχος να ανάγεται σε μια ενίσχυση και μια άθροιση. Η λιτότητα του κυκλώματος ελέγχου επιτρέπει τη μαθηματική ανάλυση ευστάθειας και δυναμικής απόκρισης του συστήματος και τη μαθηματική τεκμηρίωση της ακρίβειας ελέγχου και της σθεναρότητας του συστήματος σε διαταραχές της τάσης δικτύου.

Κάθε αντιστροφέας, ανεξαρτήτως ελέγχου και φίλτρου, διαθέτει μια ξεχωριστή συνάρτηση μεταφοράς η οποία συνδέει την παραμόρφωση της τάσης δικτύου με την αρμονική παραμόρφωση του υπό έλεγχο μεγέθους ένα μέγεθος που στο [1] ονομάζεται αρμονική αντίσταση, δηλαδή η αντίσταση που βλέπει το δίκτυο στην πλευρά του αντιστροφέα. Προκειμένου ο σχεδιαστής να έχει τη δυνατότητα να ελέγξει την επίδραση των παραμέτρων σχεδιασμού στην παραμόρφωση, είναι χρήσιμο να εξάγεται αυτή η συνάρτηση μεταφοράς, η οποία στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται στην παράγραφο 3.6.2. Όπως και στην περίπτωση του [1], η σθεναρότητα του συστήματος ελέγχου στις διαταραχές τάσης τεκμηριώνεται θεωρητικά βάσει της αρμονικής αντίστασης του συστήματος. Η εν λόγω εργασία γενικεύει τους τύπους του [7] στις

οποίες βασίζεται το [1] και τεκμηριώνει τη σθεναρότητα του συστήματος σε μια ποικιλία διαταραχών τάσης οι οποίες μπορούν να αναχθούν σε αρμονική παραμόρφωση.

Στην πράξη είναι αδύνατον να γνωρίζουμε με ακρίβεια την τιμή των παραμέτρων L,C που χρησιμοποιούνται στο φίλτρο του αντιστροφέα, οι οποίες άλλωστε αλλάζουν με το πέρασμα του χρόνου. Είναι απαραίτητο κάθε σύστημα ελέγχου να ανέχεται ένα ποσοστό αβεβαιότητας στις παραμέτρους του φίλτρου χωρίς να επηρεάζεται η επίδοσή του και στη βιβλιογραφία παρουσιάζονται περιπτώσεις ανθεκτικών [3] αλλά και ευαίσθητων συστημάτων [5]. Η σθεναρότητα του παρόντος συστήματος ελέγχου στις τιμές L και C των παραμέτρων του φίλτρου τεκμηριώνεται θεωρητικά και με προσομοίωση.

Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας γίνεται μια εισαγωγή στις αρχές λειτουργίας των αντιστροφέων. Οι αντιστροφές κατηγοριοποιούνται βάσει των εφαρμογών στις οποίες αξιοποιούνται, της πηγής τροφοδοσίας τους, του αλγορίθμου παλμοδότησης, του ελέγχου στον οποίο υπόκεινται και του φίλτρου με το οποίο διασυνδέονται στο δίκτυο. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι στόχοι που στους οποίους προσανατολίστηκε το προτεινόμενο σύστημα ελέγχου, αναλύεται το σύστημα ελέγχου με ξεχωριστή διερεύνηση του τμήματος deadbeat και PI ελέγχου, τεκμηριώνεται ο έλεγχος ως προς την αποτελεσματικότητα και την ευστάθεια, διερευνάται η δυναμική απόκριση του συστήματος και το σύστημα αναλύεται στο πέδιο της συχνότητας προκεμένου να αποδειχθεί η σθεναρότητα του ελέγχου σε ένα πλήθος διαταραχών, ενώ τέλος συνοψίζονται τα συμπεράσματα της εργασίας. Στο παράρτημα παρουσιάζεται το μοντέλο του συστήματος που χρησιμοποιήθηκε για την προσομοίωση στον υπολογιστή και ο κώδικας που χρησίμευσε στην ανάλυση και σχεδίαση του προτεινόμενου συστήματος.

## 2 Αρχές λειτουργίας αντιστροφέων

Οι αντιστροφείς αποτελούν μια μεγάλη οικογένεια διατάξεων και η έρευνα που εστιάζεται στους αντιστροφείς έχει αναπτυχθεί παράλληλα με την ανάπτυξη των Ηλεκτρονικών Ισχύος και των ημιαγωγικών διακοπτικών στοιχείων. Οι αντιστροφείς μπορούν να χατηγοριοποιηθούν με διάφορα κριτήρια, τα οποία παρουσιάζονται στις παρακάτω παραγράφους μαζί με βασικές έννοιες που θα χρησιμεύσουν στην εν λόγω εργασία.

### 2.1 Λειτουργία

Ο κοινός παρονομαστής της μεγάλης ποικιλίας εφαρμογών στις οποίες αξιοποιούνται οι αντιστροφείς είναι η δυνατότητά τους να ρυθμίζουν την τάση ή το ρεύμα στην έξοδό τους. Αυτή η δυνατότητα ανοίγει πολλούς πρακτικούς και σημαντικούς δρόμους.

- Οι αντιστροφείς μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διασύνδεση πηγών σταθερής τάσης στο δίκτυο. Ο αντιστροφέας της εν λόγω εργασίας προορίζεται για αυτήν τη λειτουργία. Σε εφαρμογές αυτού του τύπου οι αντιστροφείς ρυθμίζουν την ενεργό και άεργο που παρέχεται από τις πηγές ενέργειας στο δίκτυο. Τέτοιες είναι:

- πηγές οι οποίες παρέχουν απευθείας DC τάση όπως οι κυψέλες υδρογόνου και τα φωτοβολταϊκά στοιχεία
- ανεμογεννήτριες που συνδέονται στον αντιστροφέα μέσω ενός ανορθωτή ο οποίος ανορθώνει την AC τάση μεταβλητής συχνότητας που παράγουν οι ανεμογεννήτριες.

Η ονομαστική ισχύς του αντιστροφέα που εξετάζεται είναι  $S_N = 100kVA$ . Ο αντιστροφέας τροφοδοτεί δίκτυο πολυκής τάσης  $V_N = 380V$ . Εξετάζουμε δίκτυο 50 Hz με σύνθετη αντίσταση βραχυκύλωσης  $Z_s = R_s + jX_s$ ,  $R_s = X_s$ . Ο πίνακας 1 δίνει τις τιμές των  $L_s$ ,  $R_s$  για δύο διαφορετικές ισχείς βραχυκύλωσης, στις οποίες βασίστηκε η εν λόγω εργασία.

- Οι αντιστροφείς χρησιμοποιούνται εκτενώς σε συστήματα οδήγησης κινητήρων εναλλασόμενου ρεύματος. Σε συστήματα οδήγησης κινητήρων χρησιμοποιούνται αντιστροφείς τύπου πηγής τάσης και πηγής ρεύματος. Η χρήση αντιστροφέων στην οδήγηση κινητήρων οδήγησε σταδιακά στην αντικατάσταση των DC

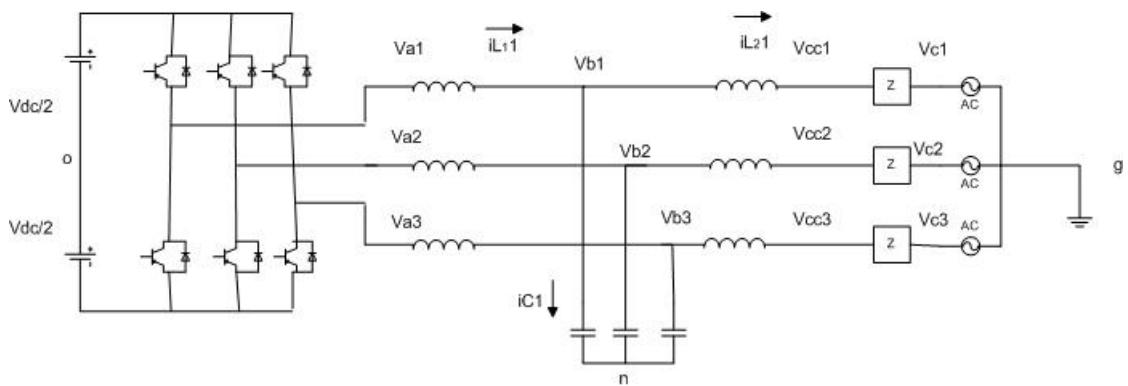
$S_k$	$R_s$ ( $m\Omega$ )	$L_s$ ( $\mu H$ )
20 $S_N$	51	162
10 $S_N$	102	324

Πίνακας 1: Αντίσταση δικτύου σε συνάρτηση με την ισχύ βραχυκύλωσης

μηχανών σε βιομηχανικές εφαρμογές, διότι οι μηχανές εναλλασσόμενου ρεύματος είναι μικρότερες και κοστίζουν λιγότερο, αν και ο έλεγχός τους είναι πιο πολύπλοκος. Οι αντιστροφείς χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο ταχυτήτας, θέσης, επιτάχυνσης αλλά και ροπής και παρουσιάζουν ικανοποιητική δυναμική απόκριση, ακρίβεια και δυνατότητα ελέγχου σε μεγάλο εύρος ταχυτήτων.

3. Οι αντιστροφείς χρησιμοποιούνται και ως ενεργά φίλτρα [5]. Ένας αντιστροφέας μπορεί να συνδεθεί παράλληλα σε μια πηγή αρμονικών ρευμάτων (συνήθως αποτελούμενη από μη γραμμικά στοιχεία όπως διατάξεις ηλεκτρονικών ισχύος). Σε τέτοιες περιπτώσεις το εύρος ζώνης του ελέγχου πρέπει να καλύπτει τις τάξεις των αρμονικών τις οποίες αντισταθμίζει ο αντιστροφέας. Όταν ο αντιστροφέας συνδεθεί εν σειρά με το δίκτυο είναι δυνατόν να αντισταθμίσει διαταραχές τάσης.
4. Οι αντιστροφείς μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αντιστάθμιση αέργου ισχύος (STATCOMs). Η λειτουργία τους συνίσταται στη διάχυση ή απορρόφηση κατάλληλης αέργου ισχύος προς ή από το δίκτυο ώστε ο συντελεστής ισχύος μιας πηγής ή ενός φορτίου να βρίσκεται εντός ορισμένων προδιαγραφών.
5. Τέλος, οι αντιστροφείς χρησιμοποιούνται στη μεταφορά ισχύος σε γραμμές υψηλής συνεχούς τάσης, στη μεταφορά ενεργού ισχύος σε αποθηκευτικά στοιχεία καθώς και στην αδιάλειπτη παροχή ισχύος.

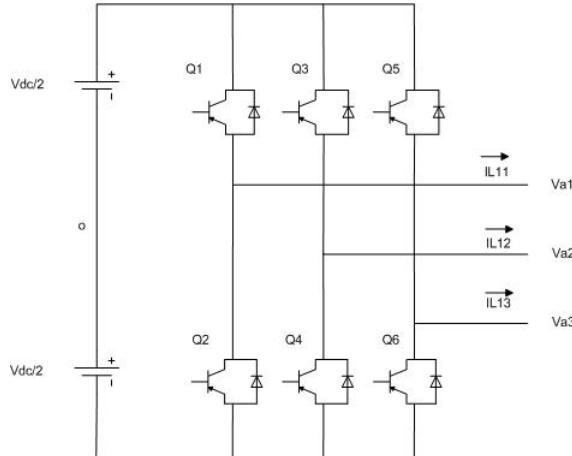
## 2.2 Πηγή τροφοδότησης



Σχήμα 2: Μετατροπέας πηγής τάσης διασυνδεδεμένος στο δίκτυο μέσω LCL φίλτρου

Οι αντιστροφείς είναι δυνατόν να τροφοδοτούνται από πηγή ρεύματος ή πηγή τάσης. Ο έλεγχος τάσης είναι πιο συνηθισμένος, χυρίως λόγω των ιδιοτήτων των

ημιαγωγικών διακοπτών ισχύος. Ο αντιστροφέας της εν λόγω εργασίας τροφοδοτείται από μια πηγή σταθερής τάσης, όπως φαίνεται στο σχήμα 2, καθώς το ενδιαφέρον μας εστιάζεται στη λειτουργία διατάξεων διανεμημένης παραγωγής.



Σχήμα 3: Η τριφασική γέφυρα διακοπών

Με εφαρμογή του νόμου ρευμάτων του Kirchoff στο πλαισιωμένο τμήμα του κυκλώματος που φαίνεται στο σχήμα 3 προκύπτει η εξισωση 1.

$$i_{L11} + i_{L12} + i_{L13} = 0 \quad (1)$$

Ο ουδέτερος π στο σχήμα 2 δε γειώνεται, οπότε προκύπτει η εξισωση 2.

$$i_{C1} + i_{C2} + i_{C3} = 0 \quad (2)$$

Από τις εξισώσεις 1, 2 προκύπτει η εξισωση 3

$$i_{L21} + i_{L22} + i_{L23} = 0 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας το νόμο τάσεων του Kirchoff προκύπτει η εξισωση 4

$$\begin{aligned} v_{ao1} &= L_1 \frac{d}{dt} i_{L11} + L \frac{d}{dt} i_{L21} + R i_{L11} + v_{c1} + v_{go} \\ v_{ao2} &= L_1 \frac{d}{dt} i_{L12} + L \frac{d}{dt} i_{L22} + R i_{L22} + v_{c2} + v_{go} \\ v_{ao3} &= L_1 \frac{d}{dt} i_{L13} + L \frac{d}{dt} i_{L23} + R i_{L13} + v_{c3} + v_{go} \end{aligned} \quad (4)$$

όπου (τα παρακάτω αναφέρονται στο σχήμα 2)

$$L = L_s + L_2$$

$L_s$  η αυτεπαγωγή του δικτύου

$R = R_s$  η ωμική αντίσταση του δικτύου  
 $v_{aoi}$  ( $i=1,2,3$ ) η τάση μεταξύ του σημείου  $a$  και της φάσης  $i$  και του σημείου  $o$   
 $v_{ci}$  η τάση μεταξύ του σημείου  $c$  της φάσης  $i$  και του σημείου  $g$  (γείωση)  
 $v_{go}$  η τάση μεταξύ του σημείου  $g$  (γείωση) και του σημείου  $o$   
 $i_{L_1i}$  το ρεύμα που διαρρέει τον επαγωγέα  $L_1$  της φάσης  $i$   
 $i_{L_2i}$  το ρεύμα που διαρρέει τον επαγωγέα  $L_2$  της φάσης  $i$ .  
Αθροίζοντας κατά μέλη τις εξισώσεις 4 και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις 1, 3 προκύπτει η εξίσωση 5.

$$v_{ao1} + v_{ao2} + v_{ao3} = v_{c1} + v_{c2} + v_{c3} + 3v_{go} \quad (5)$$

Από την εξίσωση 5 προκύπτει ότι εφόσον

$$v_{c1} + v_{c2} + v_{c3} = 0 \quad (6)$$

ισχύει η εξίσωση 7

$$v_{go} = \frac{v_{ao1} + v_{ao2} + v_{ao3}}{3} \quad (7)$$

οπότε χρησιμοποιώντας την εξίσωση 7 στην εξίσωση 8

$$v_{aoi} = v_{ai} - v_{go}, i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

προκύπτει η εξίσωση 9

$$\begin{pmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ v_{a3} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} v_{ao1} \\ v_{ao2} \\ v_{ao3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{ao1} \\ v_{ao2} \\ v_{ao3} \end{pmatrix} \quad (9)$$

όπου  $v_{ai}$  η τάση του σημείου  $a$  της φάσης  $i$  ως προς γη.

Εφαρμόζοντας πάλι το νόμο τάσεων του Kirchoff στο κύκλωμα του σχήματος 2 προκύπτει η εξίσωση 10.

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} \int i_{C1} dt + v_{ng} &= L \frac{d}{dt} i_{L_21} + R i_{L_21} + v_{c1} \\ \frac{1}{C} \int i_{C2} dt + v_{ng} &= L \frac{d}{dt} i_{L_22} + R i_{L_22} + v_{c2} \\ \frac{1}{C} \int i_{C3} dt + v_{ng} &= L \frac{d}{dt} i_{L_23} + R i_{L_23} + v_{c3} \end{aligned} \quad (10)$$

οπότε πάλι αθροίζοντας κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις 1, 2, 3 προκύπτει η εξίσωση 11

$$v_{ng} = \frac{v_{c1} + v_{c2} + v_{c3}}{3} \quad (11)$$

οπότε συμπεραίνουμε ότι αν  $v_{c1} + v_{c2} + v_{c3} = 0$  τότε  $v_{ng} = 0$ . Δηλαδή, αν η τάση δικτύου είναι συμμετρική η τάση του ουδετέρου είναι ίση με την τάση γης. Αυτό

Κατάσταση	Q1	Q3	Q5	$v_{ao1}$	$v_{ao2}$	$v_{ao3}$	$v_{a1}$	$v_{a2}$	$v_{a3}$
0	0	0	0	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	0	0	0
1	1	0	0	$\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{2}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$
2	1	1	0	$\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{2}{3}V_{dc}$
3	0	1	0	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{2}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$
4	0	1	1	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{2}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$
5	0	0	1	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{2}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$
6	1	0	1	$\frac{V_{dc}}{2}$	$-\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{2}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$
7	1	1	1	$\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	$\frac{V_{dc}}{2}$	0	0	0

Πίνακας 2: Πίνακας καταστάσεων αντιστροφέα και αντίστοιχες φασικές τάσεις

Θα χρησιμεύσει στην απλοποίηση της ανάλυσης του κυκλώματος, όπως θα φανεί παρακάτω.

## 2.3 Παλμοδότηση διακοπών

### 2.3.1 Χωρικά διανύσματα και δείκτης διαμόρφωσης

Πριν επεκταθούμε στην απαρίθμηση των διαθέσιμων αλγορίθμων παλμοδότησης είναι χρήσιμο να αναφερθούμε στα χωρικά διανύσματα και το δείκτη διαμόρφωσης. Το χωρικό διάνυσμα που αντιστοιχεί σε ένα τριφασικό σύστημα μεγεθών  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  ορίζεται από την εξίσωση 12

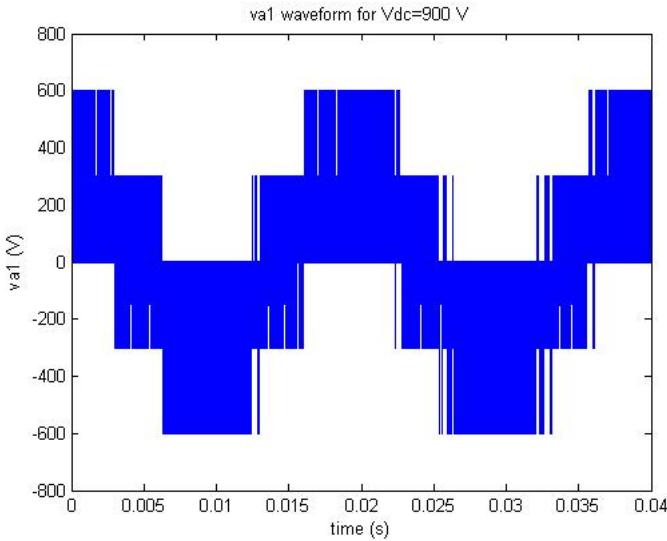
$$u_s = \frac{2}{3}(u_1 + au_2 + a^2u_3) \quad (12)$$

όπου  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ . Τα χωρικά διανύσματα είναι ένα χρήσιμο μαθηματικό εργαλείο που επιτρέπει μια εποπτική θεώρηση του συνόλου των τριών φάσεων, αφού σε κάθε τριάδα τιμών  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  αντιστοιχεί ένα μοναδικό χωρικό διάνυσμα και αντιστρόφως, ενώ για συμμετρικό σύστημα αρμονικών μεγεθών συχνότητας ω το χωρικό διάνυσμα είναι σταθερού μέτρου και στρέφεται με ταχύτητα  $\omega$ .

Ένας τριφασικός αντιστροφέας έχει οκτώ δυνατές καταστάσεις αγωγής, οι οποίες απαριθμούνται στον πίνακα 2. Οι τελευταίες τρεις στήλες προκύπτουν από την εξίσωση 9 και ισχύουν μόνο για συμμετρικό δίκτυο.

Από την εξίσωση 12 και το σχήμα 5 παρατηρούμε ότι κάθε κατάσταση αγωγής του αντιστροφέα αντιστοιχεί σε ένα διάνυσμα χώρου, ενώ οι καταστάσεις 0 και 7 αντιστοιχούν στο μηδενικό διάνυσμα. Επίσης, από τον πίνακα 2 παρατηρούμε ότι η φασική τάση εξόδου λαμβάνει πέντε τιμές: 0,  $\pm \frac{V_{dc}}{3}$ ,  $\pm \frac{2V_{dc}}{3}$ . Αυτό φαίνεται στο σχήμα 2.3.1 για την περίπτωση  $V_{dc} = 900 V$ .

Η πιο απλή διακοπτική ακολουθία προκύπτει από τη διαμόρφωση τετραγωνικού παλμού, όπως φαίνεται στο σχήμα 6. Κατά τη λειτουργία τετραγωνικού παλμού κάθε διακόπτης της κάθε ημιγέφυρας του σχήματος 3 παραμένει λειτστός για το μισό της



Σχήμα 4: Κυματομορφή της φασικής τάσης  $v_{a1}$  για  $V_{dc} = 900$  V

περιόδου του σήματος εξόδου. Η θεμελιώδης συνιστώσα της τάσης  $v_{aoi}$  δίνεται από την εξίσωση 13

$$\widehat{V}_{1,six-step} = \frac{4}{\pi} \frac{V_{dc}}{2} \quad (13)$$

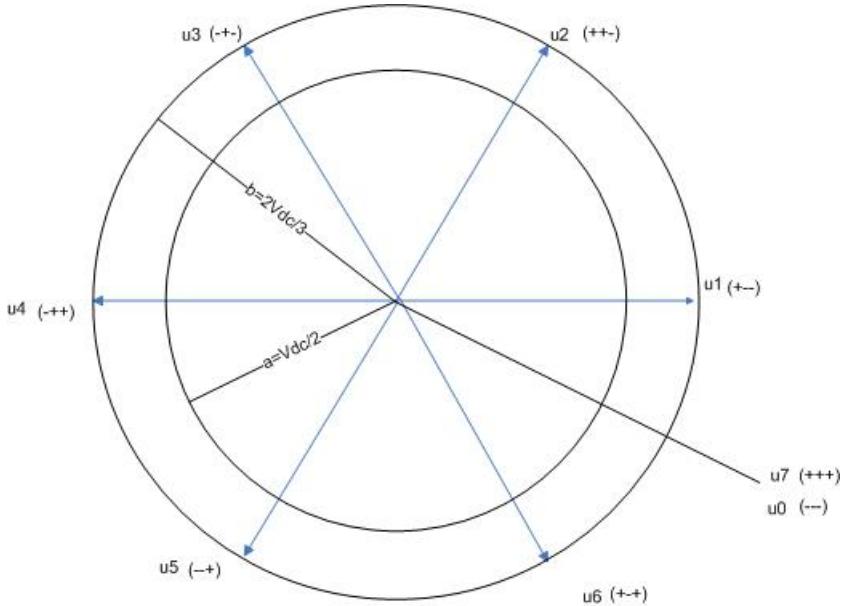
Ο συντελεστής διαμόρφωσης μιας διαμορφωμένης διακοπικής ακολουθίας ορίζεται από την εξίσωση 14 [8]

$$m = \frac{\widehat{V}_1}{\widehat{V}_{1,six-step}} \quad (14)$$

όπου  $\widehat{V}_1$  η θεμελιώδης συνιστώσα της διαμορφωμένης διακοπικής ακολουθίας και  $\widehat{V}_{1,six-step}$  η θεμελιώδης συνιστώσα του τετραγωνικού παλμού (εξίσωση 13). Σημειώνουμε ότι ο ορισμός αναφέρεται σε τάση ως προς τον ουδέτερο ο του σχήματος 2. Ο συντελεστής διαμόρφωσης κυμαίνεται στις τιμές  $0 \leq m \leq 1$  οπότε συμπεραίνουμε ότι η διαμόρφωση τετραγωνικού παλμού εμφανίζει τη μέγιστη δυνατή θεμελιώδη αρμονική για δεδομένη dc τάση.

### 2.3.2 Αλγόριθμοι διαμόρφωσης

Υπάρχει μια ποικιλία αλγορίθμων βάσει των οποίων μπορούμε να παραγάγουμε μια διακοπική συνάρτηση για την παλμοδότηση των διακοπών της τριφασικής γέφυρας ενός αντιστροφέα [8]. Το κύκλωμα που παράγει τη διακοπική συνάρτηση αποτελεί τμήμα ενός συστήματος αυτομάτου ελέγχου. Κατά συνέπεια, οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται κατηγοριοποιούνται σε αλγορίθμους ανοιχτού βρόχου



**Σχήμα 5:** Το επίπεδο των χωρικών διανυσμάτων, οι διακοπτικές καταστάσεις του αντιστροφέα και ο κύκλος λειτουργίας σε υποδιαμόρφωση

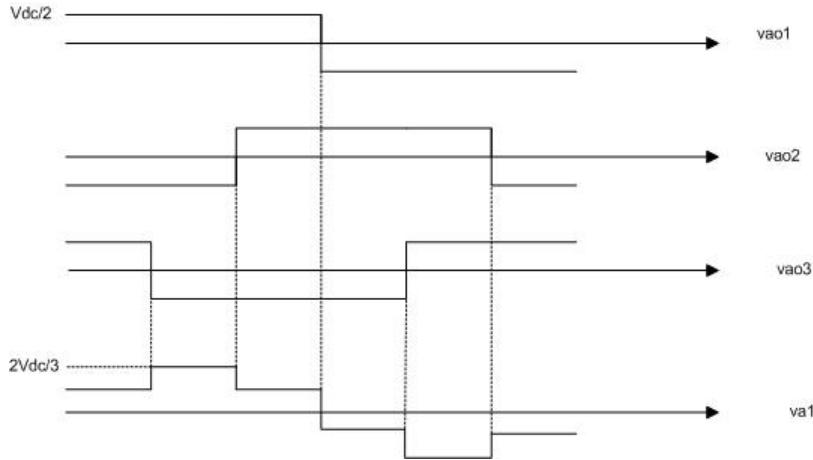
και κλειστού βρόχου. Παρακάτω αναφερόμαστε σε αντιστροφείς πηγής τάσης, ενώ αντίστοιχα ισχύουν και για τους αντιστροφείς πηγής ρεύματος.

**Αλγόριθμοι ανοιχτού βρόχου** Στους αλγορίθμους ανοιχτού βρόχου ο στόχος είναι η παλμοδότηση των διακοπών κατά τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθεί ένας μέσος όρος τάσης σε κάθε φάση ίσος με την αναφορά τάσης του συστήματος ελέγχου.

### 1. Διαμόρφωση εύρους παλμών (PWM) με φέρον.

Η τεχνική PWM με φέρον είναι η πιο κοινή μέθοδος. Το χαρακτηριστικό της μεθόδου αυτής είναι ότι κάθε ζευγάρι διακοπών της γέφυρας του σχήματος 2 αλλάζει κατάσταση αγωγής με συχνότητα  $f_s$ , η οποία καθορίζεται από τη συχνότητα του φέροντος σήματος με το οποίο τροφοδοτούμε το κύκλωμα παλμοδότησης. Η χρήση του φέροντος έχει το πλεονέκτημα ότι μετατοπίζει την αρμονική παραμόρφωση του παραγόμενου σήματος στη συχνότητα του φέροντος και στα πολλαπλάσια της, με αποτέλεσμα να επιτυγχάνεται οικονομία στα φίλτρα, [11]. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την υλοποίηση PWM με φέρον.

**Υποδιαμορφωση** Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται στην εν λόγω εργασία (σε μορφή κλειστού βρόχου, αφού το σήμα αναφοράς προκύπτει από την ανάδραση του ρεύματος εξόδου) και εξηγείται εκτενέστερα στην παράγραφο 2.3.3. Για κάθε φάση η τάση αναφοράς συγχρίνεται με μια τριγωνική κυματομορφή



Σχήμα 6: Διακοπτική ακολουθία και φασική τάση αντιστροφέα τετραγωνικού παλμού

φέροντος, η οποία είναι κοινή για τις τρεις φάσεις. Το αποτέλεσμα της σύγκρισης τροφοδοτείται ως σήμα ελέγχου της ημιγέφυρας που αντιστοιχεί σε κάθε φάση. Κατά την υποδιαμόρφωση το πλάτος των σημάτων αναφοράς δε γίνεται μεγαλύτερο από το πλάτος του φέροντος. Αυτό ισοδυναμεί με κίνηση του χωρικού διανύσματος τάσης μέσα στον εσωτερικό κύκλο ακτίνας α του σχήματος 5. Επίσης, έχει σαν συνέπεια ο συντελεστής διαμόρφωσης να υπακούει στην εξίσωση 15.

$$\begin{aligned} m &\leq m_{max} \\ m_{max} &= \frac{\pi}{4} = 0.785 \end{aligned} \quad (15)$$

Στην αρχή και στο τέλος κάθε διακοπτικής περιόδου το χωρικό διάνυσμα τάσης είναι μηδενικό. Ο αντιστροφέας που εξετάζεται έχει συχνότητα φέροντος  $f_s = \frac{1}{T_s} = 10kHz$ .

**Τροποποιημένη μέθοδος υποδιαμόρφωσης.** Η μέθοδος αυτή έχει σα σκοπό να εκμεταλλευτεί καλύτερα τη διαθέσιμη dc τάση, δηλαδή να αυξήσει το μέγιστο δείκτη διαμόρφωσης. Αυτό επιτυγχάνεται με την τροφοδότηση ενός τριγωνικού φέροντος στο οποίο υπερτίθενται αρμονικές μηδενικής ακολουθίας, δηλαδή τάξεως πολλαπλάσιας του τρία. Οι αρμονικές αυτές δεν εμφανίζονται στη φασική τάση του κυκλώματος εξόδου, όταν αυτό είναι συμμετρικό.

**Διαμόρφωση χωρικού διανύσματος** Στη μέθοδο αυτή τροφοδοτείται ένα χωρικό διάνυσμα αναφοράς, το οποίο προκύπτει από τις φασικές τάσεις

αναφοράς βάσει της εξίσωσης 12. Ανάλογα με το τμήμα του κύκλου του σχήματος 5 στο οποίο βρίσκεται το χωρικό διάνυσμα αναφοράς, μέσα σε κάθε διακοπτική περίοδο επιλέγονται τα δύο παράπλευρα διανύσματα του αντιστροφέα και το μηδενικό διάνυσμα για χρονικά διαστήματα τόσα ώστε ο μέσος όρος τους να ισούται με το διάνυσμα αναφοράς. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι η αυξημένη πολυπλοκότητα του κυκλώματος που προκύπτει από τους μετασχηματισμούς των τάσεων, τον υπολογισμό των χρονικών διαστημάτων, τον εντοπισμό του χωρικού διανύσματος αναφοράς στον κύκλο και τον προγραμματισμό των παλμοδοτήσεων.

**Διαμόρφωση Συγχρονισμένου Φέροντος** Οι προαναφερθείσες μέθοδοι σχεδιάζονται με την υπόθεση ότι η συχνότητα της αναφοράς παραμένει σταθερή. Υπάρχουν μέθοδοι διαμόρφωσης οι οποίες επιβάλλουν η συχνότητα του φέροντος να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της συχνότητας του σήματος αναφοράς. Αυτό είναι πολύ χρήσιμο σε περίπτωση που η συχνότητα του σήματος αναφοράς αλλάζει, οπότε το φασματικό περιεχόμενο των παραπάνω μεθόδων περιέχει υποαρμονικές (συχνότητας μικρότερης της διακοπτικής). Οι υποαρμονικές μπορούν να προκαλέσουν σημαντικά προβλήματα σε LCL κυκλώματα, τα οποία συχνά συντονίζονται από το σχεδιαστή σε υποαρμονικές συχνότητες.

## 2. Διαμόρφωση εύρους παλμών χωρίς φέρον.

Παραπάνω αναφέρθηκε το πλεονέκτημα του μειωμένου κόστους φίλτρων που προκύπτει από μετατόπιση του φάσματος σε συχνότητες πολλαπλασιες της διακοπτικής. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις όπου ο συντονισμός μηχανικών μερών ενός ηλεκτρομηχανικού συστήματος με τη διακοπτική συχνότητα προκαλεί ανεπιθύμητα αποτελέσματα. Για να αντιμετωπίσει αυτό το πρόβλημα, η διαμόρφωση εύρους παλμών χωρίς φέρον αποσκοπεί στη διάχυση των αρμονικών τάσης σε ένα ευρύ φάσμα συχνοτήτων. Αυτό επιτυγχάνεται με την ελαφρά τροποποίηση της κλίσης του τριγωνικού φέροντος από μια γεννήτρια τυχαίων αριθμών -μικρής τιμής- της οποίας η έξοδος προστίθεται στη σταθερή κλίση της τριγωνικής αναφοράς. Στην εν λόγω εργασία η συγκεκριμένη διαμόρφωση δεν έχει χρησιμότητα αφού το σύστημα που σχεδιάζουμε τροφοδοτεί το δίκτυο και δεν αποτελείται από μηχανικά μέρη (όπως τα συστήματα οδήγησης μηχανών).

## 3. Υπερδιαμόρφωση.

Η υπερδιαμόρφωση προκύπτει όταν το χωρικό διάνυσμα αναφοράς εκτείνεται έξω από τα όρια του κύκλου ακτίνας α του σχήματος 5. Για συμμετρικά αρμονικά μεγέθη αναφοράς αυτό ισοδυναμεί με τη συνθήκη

$$m \geq m_{max} \quad (16)$$

Η υπερδιαμόρφωση σε συστήματα που χρησιμοποιούν φέρον μπορεί να προγραμματιστεί με τεχνικές παρόμοιες με αυτές της διαμόρφωσης χωρικού διανύσματος ώστε να παράγει μια μέση τάση ίση με την τάση αναφοράς. Στην

εν λόγω εργασία η υπερδιαμόρφωση αποφεύγεται με κατάλληλη επιλογή dc τάσης για τους παρακάτω λόγους:

- (a) προκαλεί παρασιτικές αρμονικές χαμηλότερης συχνότητας από τη διακοπτική
- (b) υπάρχει περίπτωση να αδυνατεί να καλύψει πλήρως τις ανάγκες του συστήματος ελέγχου σε τάση, με απρόβλεπτες συνέπειες για την ευστάθεια και δυναμική απόκριση του συστήματος
- (c) ο σχεδιασμός ενός συστήματος διαμόρφωσης εύρους παλμών που παράγει ελεγχόμενη τάση εξόδου κατά την υπερδιαμόρφωση αυξάνει την πολυπλοκότητα και το κόστος του κυκλώματος.

#### 4. Βελτιστοποιημένη διαμόρφωση εύρους παλμών ανοιχτού βρόχου.

Αυτές οι μέθοδοι εφαρμόζονται σε συστήματα με μικρή διακοπτική συχνότητα στην τάξη των μερικών εκατοντάδων Hertz. Οι μέθοδοι αυτοί επιλέγονται μια διακοπτική ακολουθία σε κάθε περίοδο φέροντος, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθεί μια αντικειμενική συνάρτηση όπως π.χ. οι απώλειες που οφείλονται σε αρμονικές ρεύματος ή η μέγιστη τιμή του ρεύματος γραμμής. Το όφελος που προκύπτει από την επίτευξη των παραπάνω στόχων δε δικαιολογεί την πολυπλοκότητα της υλοποίησης τέτοιων μεθόδων στην εν λόγω εργασία.

**Αλγόριθμοι κλειστού βρόχου** Οι αλγόριθμοι κλειστού βρόχου παράγουν τη διακοπτική συνάρτηση χρησιμοποιώντας την ανάδραση του συστήματος ελέγχου για την παλμοδότηση των διακοπών. Αναλυτική αναφορά στις μεθόδους ανάδρασης γίνεται στην παράγραφο 2.4.

#### 2.3.3 Διαμόρφωση εύρους παλμών με φέρον (PWM)

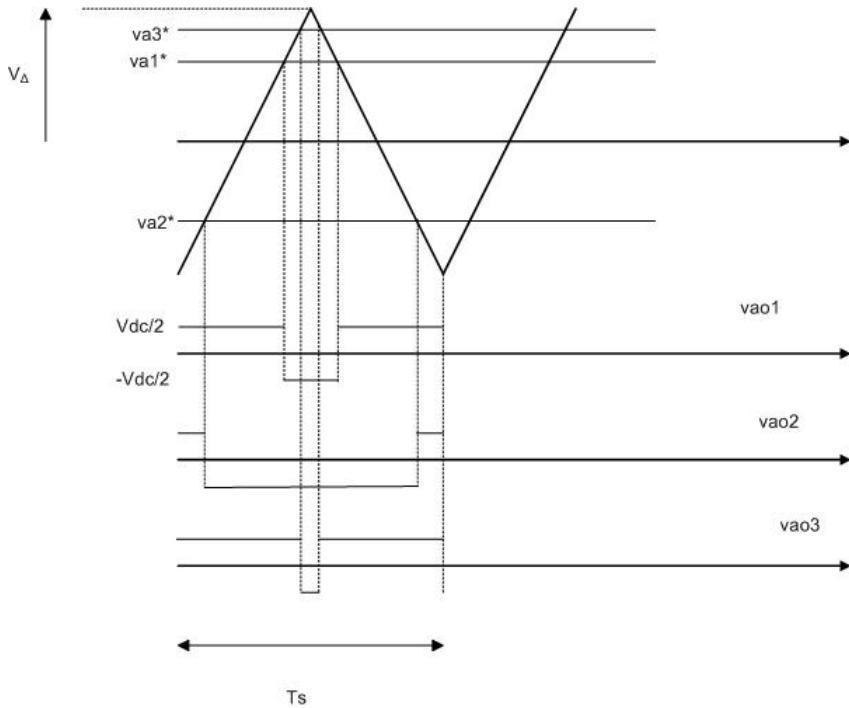
Η διαμόρφωση εύρους παλμών με φέρον επιτυγχάνεται με τη σύγκριση του πλάτους δύο σημάτων

1. ενός φέροντος το οποίο είναι ένα τριγωνικό σήμα με συχνότητα η οποία καθορίζει τη διακοπτική συχνότητα της γέφυρας
2. και ενός σήματος αναφοράς.

Στο σχήμα 7 φαίνεται η αρχή λειτουργίας της διαμόρφωσης εύρους παλμών, όπου  $v_{ai}^*$  το πλάτος του σήματος αναφοράς της φάσης i σε μία περίοδο  $T_s$   $V_\Delta$  το πλάτος του σήματος αναφοράς του PWM.

Σε κάθε περίοδο της τριγωνικής κυματομορφής η αναφορά  $v_{ai}^*$  αλλάζει, αλλά για μία περίοδο  $T_s$  θεωρούμε ότι παραμένει σταθερή. Η μέση τάση που εφαρμόζεται στη φάση i προκύπτει από το σχήμα 7

$$\bar{v}_{aoi} = \frac{v_{ai}^*}{V_\Delta} \frac{V_{dc}}{2} \quad (17)$$



Σχήμα 7: Γραφική αναπαράσταση της διαμόρφωσης εύρους παλμών

όπου  $\bar{v}_{aoi}$  η μέση τιμή της τάσης  $v_{aoi}$  σε διάστημα  $T_s$

Από την εξίσωση 17 προκύπτει ότι μπορούμε να ελέγχουμε την τάση εξόδου της τριφασικής γέφυρας διακοπών ως προς το σημείο ο του σχήματος 2. Ωστόσο, για τον έλεγχο του κυκλώματος μας ενδιαφέρει να ελέγχουμε την έξοδο της γέφυρας διακοπών ως προς γη. Θα δείξουμε αμέσως πώς επιτυγχάνεται αυτός ο στόχος.

Επαναλαμβάνουμε μερικά από τα συμπεράσματα της παραγράφου 2.2. Από την εξίσωση 9 προκύπτει ότι εφόσον

$$v_{c1} + v_{c2} + v_{c3} = 0 \quad (18)$$

τότε ισχύει η εξίσωση 19

$$\begin{pmatrix} v_{a1} \\ v_{a2} \\ v_{a3} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} v_{ao1} \\ v_{ao2} \\ v_{ao3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{ao1} \\ v_{ao2} \\ v_{ao3} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Έστω ότι επιχειρούμε να υπολογίσουμε τις τάσεις  $v_{aoi}$  τέτοιες ώστε οι τάσεις  $v_{ai}$  να γίνουν ίσες με μια ορισμένη αναφορά. Η λύση σε αυτό το πρόβλημα είναι να αντιστρέψουμε τον πίνακα  $A$  της εξίσωσης 19. Ωστόσο, ο βαθμός του πίνακα  $A$  είναι  $\text{rank}(A)=2$ . Πράγματι, αν αθροίσουμε τις τρεις ισότητες προκύπτει  $v_{a1} + v_{a2} + v_{a3} = 0$ . Άρα συμπεραίνουμε ότι αν η τροφοδοσία του δικτύου είναι συμμετρική (18), τότε η τάση στο σημείο α είναι επίσης συμμετρική. Άρα ο πίνακας  $A$  δεν αντιστρέφεται

και υπάρχει μία μονοπαραμετρική απειρία λύσεων για τις μεταβλητές  $v_{aoi}$ , δηλαδή μία από αυτές μπορεί να πάρει οποιαδήποτε αυθαίρετη τιμή. Εκμεταλλευόμενοι αυτή τη δυνατότητα θέτουμε  $v_{ao1} = v_{a1}$ , οπότε λύνοντας το σύστημα 19 καταλήγουμε σε μία από τις άπειρες λύσεις:

$$\begin{aligned} v_{ao1} &= v_{a1} \\ v_{ao2} &= v_{a2} \\ v_{ao3} &= v_{a3} \end{aligned} \quad (20)$$

Ωστόσο, από τον πίνακα 2 γνωρίζουμε ότι ο αντιστροφέας έχει οκτώ δυνατές καταστάσεις, οπότε δεν είναι δυνατόν να ικανοποιούμε κάθε στιγμή την εξίσωση 20 με τη χρήση του αντιστροφέα. Η σχέση 20, όμως, που ισχύει για στιγμιαίες τιμές ισχύει και για τη μέση τιμή των αντίστοιχων μεγεθών στο διάστημα  $T_s$ . Άρα από τις εξισώσεις 17, 20 προκύπτει ότι

$$\bar{v}_{ai} = \frac{v_{ai}^* V_{dc}}{V_\Delta} \quad (21)$$

όπου πλέον  $\bar{v}_{ai}$  είναι η μέση τιμή της τάσης στο σημείο α στη φάση i ως προς γη, που όμως λόγω της αργής μεταβολής (σε σχέση με τη συχνότητα φέροντος) είναι προσεγγιστικά ίση με τη στιγμιαία τιμή. Η εξίσωση 21 αποδεικνύει ότι αν γνωρίζουμε την αναφορά τάσης στη φάση α ως προς γη μπορούμε να λάβουμε τάση μέσης τιμής ίσης με την αναφορά στην έξοδο του αντιστροφέα τροφοδοτώντας τον PWM έλεγχο με το σήμα αναφοράς  $v_{ai}^*$  που προκύπτει από την εξίσωση 21 αν και διαθέτουμε μόνον οκτώ διακοπτικές καταστάσεις.

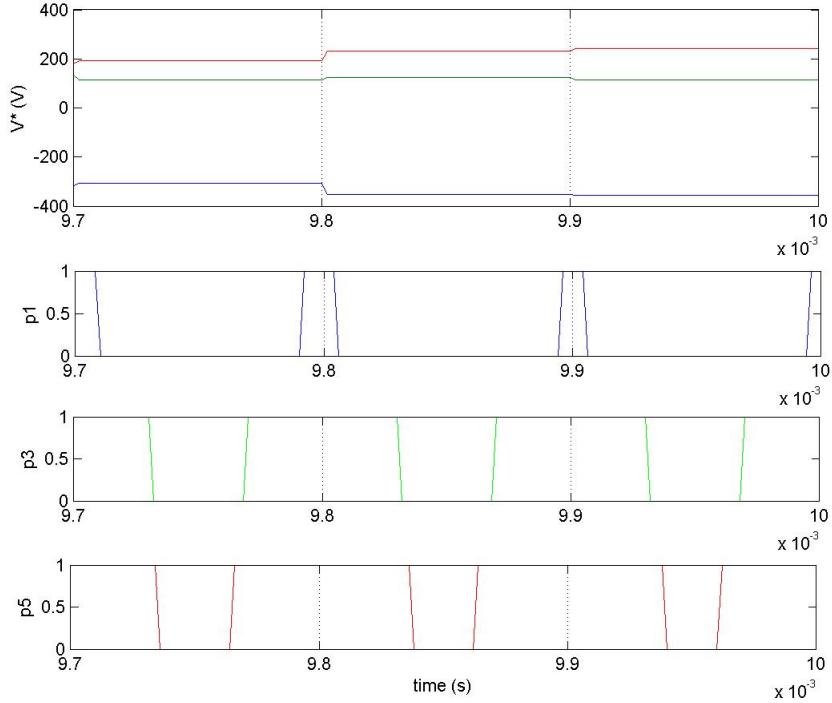
Υπερδιαμόρφωση προκύπτει όταν το σήμα αναφοράς του σχήματος 7 γίνει μεγαλύτερο του πλάτους  $V_\Delta$ . Σε αυτήν την περίπτωση ο διακόπτης παραμένει ανοιχτός σε ολόκληρο το διάστημα  $T_s$ , αλλά παύει να ισχύει η εξίσωση 21 διότι η dc τάση δεν επαρκεί για να παράσχει τη ζητούμενη τάση στο σημείο α. Κατά τη σχεδίαση του συστήματος ελέγχου προνοούμε ώστε να αποφύγουμε την υπερδιαμόρφωση, όπως εξηγήσαμε στην παράγραφο 2.3.2.

Η συνθήκη που πρέπει να πληρείται για να μη βρίσκεται το κύκλωμα σε υπερδιαμόρφωση είναι

$$v_{ai}^* \leq V_\Delta \Rightarrow \bar{v}_{ai} \leq \frac{V_{dc}}{2} \quad (22)$$

Στο σχήμα 8 φαίνονται τρεις κύκλοι της διαμόρφωσης εύρους παλμών στο κύκλωμα προσομοίωσης. Η διάρκεια που οι παλμοί πυροδοτούν είναι ανάλογη της αναφοράς τάσης που προκύπτει από το κύκλωμα ελέγχου.

Η σχέση του δείκτη διαμόρφωσης όπως ορίστηκε στην παράγραφο 2.3.1, σε σχέση με τον κλασικό ορισμό του συντελεστή διαμόρφωσης διασαφηνίζεται παρακάτω. Ο κλασικός ορισμός του συντελεστή διαμόρφωσης για ημιτονοειδές σήμα αναφοράς πλάτους  $\hat{V}$  δίνεται από την εξίσωση 23.



Σχήμα 8: Διαμόρφωση εύρους παλμών στο κύκλωμα προσομοίωσης.

$$m_a = \frac{\hat{V}}{V_\Delta} \quad (23)$$

Εξετάζουμε δύο περιοχές λειτουργίας:

1. Γραμμική περιοχή ( $m_a \leq 1$ ). Αποδεικνύεται ότι σε αυτήν την περιοχή λειτουργίας ισχύει η εξίσωση 24.

$$\hat{V}_1 = m_a \frac{V_{dc}}{2} \quad (24)$$

όπου  $\hat{V}_1$  το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας της τάσης εξόδου. Δηλαδή, η τάση εξόδου είναι ανάλογη του  $m_a$ . Από την εξίσωση 14 προκύπτει η εξίσωση 25.

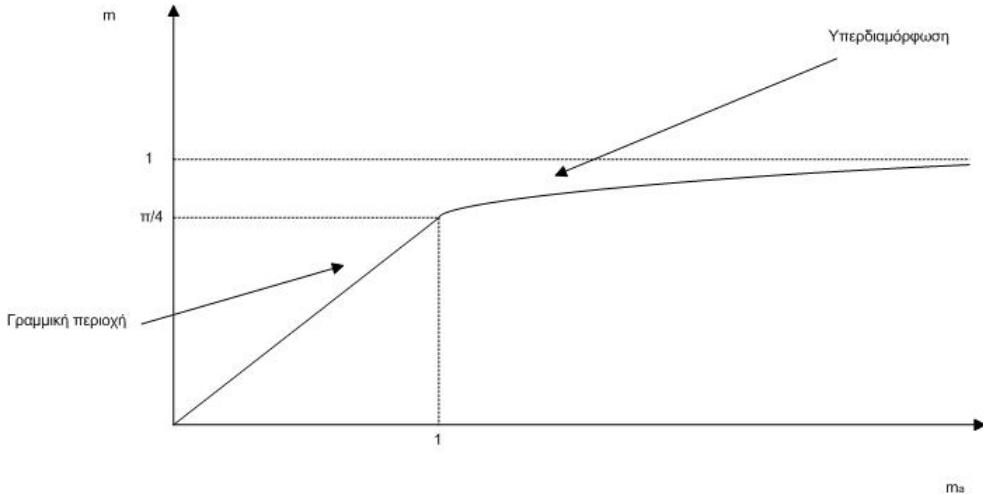
$$m = \frac{\pi}{4} m_a \quad (25)$$

2. Υπερδιαμόρφωση ( $m_a > 1$ ). Σε αυτήν την περιοχή λειτουργίας το πλάτος της θεμελιώδους συνιστώσας της τάσης εξόδου δεν αυξάνεται γραμμικά με το  $m_a$ . Η εξάρτηση του  $\hat{V}_1$  από το  $m_a$  εξαρτάται από το λόγο της συχνότητας του φέροντος προς τη συχνότητα του σήματος αναφοράς  $m_f$ . Στο όριο που το  $m_a$  τείνει στο άπειρο η διαμόρφωση εύρους παλμών τείνει στην τετραγωνική

διαμόρφωση και από την εξίσωση 13 η θεμελιώδης συνιστώσα της τάσης εξόδου τείνει στην τιμή  $\frac{4}{\pi} \frac{V_{dc}}{2}$ . Άρα ισχύει η εξίσωση 26

$$\lim_{m_a \rightarrow \infty} = 1 \quad (26)$$

Ένας γραφικός τρόπος περιγραφής των εξίσωσεων 25, 26 δίνεται στο σχήμα 9.



Σχήμα 9: Γραφική αναπαράσταση σχέσης  $m$  και  $m_a$ .

## 2.4 Στρατηγική ελέγχου

### 2.4.1 Κατηγορίες ανάδρασης

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.1, το κύκλωμα ελέγχου του αντιστροφέα συνήθως σχεδιάζεται για να ρυθμίζει τη ροή ισχύος ή το συντελεστή ισχύος. Εξηγήσαμε ότι αυτό επιτυγχάνεται με τη ρύθμιση της τάσης [2] ή, συνηθέστερα, του ρεύματος εξόδου. Ο αντιστροφέας της εν λόγω εργασίας έχει σχεδιαστεί για έλεγχο ρεύματος. Ο έλεγχος ρεύματος υπερτερεί έναντι του ελέγχου τάσης όταν το ρεύμα εξόδου του αντιστροφέα πρέπει να πληρεί συγκεκριμένες προδιαγραφές [12]. Η υλοποίηση συστημάτων ελέγχου αντιστροφέων γίνεται αποκλειστικά με έλεγχο ρεύματος κλειστού βρόχου, όπου όμως είναι δυνατόν να εφαρμοστούν οι αλγόριθμοι παλμοδότησης ανοιχτού βρόχου της παραγράφου 2.3. Ο έλεγχος ρεύματος μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε τρεις οικογένειες.

**Έλεγχος υστέρησης** Κατά τον έλεγχο υστέρησης ορίζεται μια ζώνη υστέρησης, δηλαδή μια μέγιστη απόκλιση από το ρεύμα αναφοράς μέσα στην οποία πρέπει να κυμαίνεται το πραγματικό ρεύμα. Όταν το ρεύμα κάποιας φάσης ξεπερνάει το άνω όριο της ζώνης οι διακόπτες της αντίστοιχης ημιγέφυρας τροφοδοτούν τη συγκεκριμένη

φάση με αρνητική τάση, ενώ στην αντίθετη περίπτωση που το ρεύμα υποβιβάζεται κάτω από το κάτω όριο της ζώνης οι διακόπτες τροφοδοτούν με θετική τάση. Ο έλεγχος υστέρησης έχει το πλεονέκτημα ότι έχει ταχύτατη απόκριση, πολύ απλή υλοποίηση και μηδενικό μόνιμο σφάλμα. Τα βασικά του μειονεκτήματα είναι

1. Δεν έχει ορισμένη διακοπτική συχνότητα. Αυτό καθιστά αδύνατη τη χρήση LCL φίλτρων σε συνδυασμό με έλεγχο υστέρησης, διότι το ρεύμα εξόδου του αντιστροφέα συντονίζεται στη συχνότητα συντονισμού του LCL φίλτρου. Κατά συνέπεια, η χρήση ελέγχου υστέρησης στην εν λόγω εργασία είναι αδύνατη.
2. Σε ορισμένα σημεία λειτουργίας η διακοπτική συχνότητα που απαιτεί ο έλεγχος είναι δυνατόν να ξεπερνάει τις προδιαγραφές των ημιαγωγικών στοιχείων.
3. Το σφάλμα ρεύματος μπορεί να γίνει έως και διπλάσιο της ζώνης υστέρησης.

**PI έλεγχος** Ο έλεγχος PI χρησιμοποιεί PI ελεγκτές για την επεξεργασία του σφάλματος ρεύματος, την έξοδο των οποίων τροφοδοτεί στην είσοδο του κυκλώματος παλμοδότησης. Το πλεονέκτημα του ελέγχου PI είναι ότι τα κυκλώματα των PI ελεγκτών υλοποιούνται πολύ εύκολα και με φθηνά αναλογικά στοιχεία. Το μειονέκτημα είναι ότι έχει βραδεία απόκριση σε σχέση με άλλες μεθόδους ελέγχου. Ο PI έλεγχος ρεύματος μπορεί να κατηγοριοποιηθεί περαιτέρω.

**PI έλεγχος σε ακίνητο πλαισίο abc** Τα ρεύματα αναφοράς και τα πραγματικά ρεύματα είναι AC και δεν υφίστανται κανένα μετασχηματισμό. Η απόδοση τέτοιων συστημάτων ελέγχου είναι μη ικανοποιητική γιατί κατά τον PI έλεγχο AC μεγεθών προκύπτουν σφάλματα μόνιμης κατάστασης στο μέτρο και τη φάση της έξοδου.

**PI έλεγχος σε στρεφόμενο πλαισίο dq** Τα ρεύματα αναφοράς και τα πραγματικά ρεύματα μετασχηματίζονται σε σύστημα αξόνων στρεφόμενο με τη συχνότητα των ηλεκτρικών μεγεθών της εξόδου. Κατά συνέπεια, τα μετασχηματισμένα ρεύματα είναι dc μεγέθη, οπότε ο PI έλεγχος έχει μηδενικό σφάλμα στη μόνιμη κατάσταση. Τα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι η ανάγκη ακριβούς μέτρησης της συχνότητας των μεγεθών της εξόδου και η πολυπλοκότητα που προκύπτει από τον ευθύ και αντίστροφο μετασχηματισμό των ρευμάτων.

**PI έλεγχος σε ακίνητο πλαισίο d<sub>q</sub>** Τα ρεύματα αναφοράς και τα πραγματικά ρεύματα μετασχηματίζονται σε ακίνητο σύστημα δύο ορθογωνικών αξόνων d,q. Οι εξισώσεις του PI ελέγχου μετασχηματίζονται κατάλληλα ώστε το σύστημα ελέγχου να μηδενίζει το σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Το πλεονέκτημα είναι ότι τα ηλεκτρικά μεγέθη δε μετασχηματίζονται σε στρεφόμενο άξονα. Ωστόσο, είναι αναγκαία η γνώση της συχνότητας των μεγεθών της εξόδου.

**Deadbeat έλεγχος με πρόβλεψη ρεύματος** Σε αυτή τη στρατηγική ελέγχου γίνεται μια μέτρηση του σφάλματος μεταξύ πραγματικού ρεύματος και ρεύματος αναφοράς και τροφοδοτείται στην παλμογεννήτρια μια πρόβλεψη της διορθωτικής τάσης που χρειάζεται για να μηδενιστεί το σφάλμα αυτό. Τα κυκλώματα αυτού του τύπου είναι ψηφιακά. Στην απλή μορφή που περιγράφουμε παραπάνω, το πραγματικό σήμα του deadbeat ελέγχου βρίσκεται πάντα ένα διάστημα δειγματοληψίας πίσω από την αναφορά. Για την αντικείμενη αυτού του προβλήματος είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε κυκλώματα πρόβλεψης, τα οποία προβλέπουν τη μέλλουσα τιμή του ρεύματος αναφοράς από τις παρελθούσες τιμές του, όπως περιγράφεται στην παράγραφο 3.2.3. Το πλεονέκτημα του deadbeat ελέγχου είναι ότι έχει ταχύτατη απόκριση και μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης για αρκετά μικρή περίοδο δειγματοληψίας. Το μειονέκτημά του είναι ότι υλοποιείται με ψηφιακό κύκλωμα, άρα κοστίζει περισσότερο. Η εν λόγω εργασία χρησιμοποιεί έναν συνδυασμό deadbeat ελέγχου και PI ελέγχου σε στρεφόμενο πλαίσιο. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε να διασπάσουμε τον έλεγχο ενός πολύπλοκου LCL συστήματος σε επιμέρους έλεγχο δύο ανεξάρτητων μεταξύ τους δικτύων, όπως φαίνεται στο σχήμα 18. Έτσι, κατορθώνουμε να χρησιμοποιήσουμε απλές στρατηγικές ελέγχου και αντιστοίχως απλά κυκλώματα, σε σχέση με άλλες στρατηγικές ελέγχου αυξημένης πολυπλοκότητας και αντίστοιχου κόστους.

#### 2.4.2 Μετασχηματισμός Park

Το σύστημα ελέγχου που σχεδιάζουμε λειτουργεί επί ποσοτήτων μετασχηματισμένων κατά Park στο σύγχρονα στρεφόμενο d<sub>q</sub> πλαίσιο. Σημειώνουμε ότι προκειμένου να μετασχηματιστού τα ηλεκτρικά μεγέθη στο σύγχρονα στρεφόμενο d<sub>q</sub> πλαίσιο, είναι αναγκαία η μέτρηση της τάσης στο σημείο κοινής σύνδεσης  $u_{cc}$ , ώστε να υπολογίσουμε τη γωνία της συνιστώσας d ήχονα. Στην παρούσα εργασία θεωρείται ότι η γωνιακή θέση της d συνιστώσας της τάσης είναι γνωστή τόσο σε συμμετρικό όσο και σε ασύμμετρο δίκτυο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με χρήση PLL, των οποίων η λειτουργία δεν εξετάζεται στην εν λόγω εργασία. Επιλέγουμε να χρησιμοποιήσουμε το μετασχηματισμό Park γιατί παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα έναντι του ακίνητου πλαισίου abc:

1. Αυξάνει την ακρίβεια ελέγχου. Προσφέρει τη δυνατότητα υλοποίησης PI ελέγχου χωρίς μόνιμο σφάλμα απόλυτης τιμής και φάσης, σε αντίθεση με τον PI έλεγχο ακίνητου πλαισίου, διότι μετασχηματίζει αρμονικά μεταβαλλόμενα μεγέθη σε dc ποσότητες.
2. Απλοποιεί τη μορφή των εξισώσεων κατάστασης της παραγράφου 3.3. Αξιοποιεί τη συμμετρία των ρευμάτων που προκύπτει από την έλλειψη ουδετέρου και μετασχηματίζει τρία γραμμικά εξαρτημένα μεγέθη σε δύο γραμμικά ανεξάρτητα, μειώνοντας το πλήθος και την πολυπλοκότητα των εξισώσεων.
3. Αποσυμπλέκει τον έλεγχο ενεργού και αέργου ισχύος (εξισωση 32).

Έστω ένα συμμετρικό τριφασικό σύστημα αρμονικών μεγεθών συχνότητας  $\omega$ .

$$\begin{aligned} f_a &= \hat{F} \cos(\omega t + \phi) \\ f_b &= \hat{F} \cos(\omega t + \phi - \frac{2\pi}{3}) \\ f_c &= \hat{F} \cos(\omega t + \phi + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (27)$$

το οποίο συμβολίζουμε χρησιμοποιώντας τον τύπο του Euler για τον φάσορα της φάσης 1:  $\hat{F} e^{j\varphi_F}$ . Ο μετασχηματισμός Park δίνεται από τις εξισώσεις 28

$$\begin{aligned} T &= \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{pmatrix} &= T \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

Εάν  $\theta = \omega t$  τότε το πλαίσιο Park στρέψεται σύγχρονα με τα παραπάνω μεγέθη, οπότε προκύπτει η εξίσωση 29

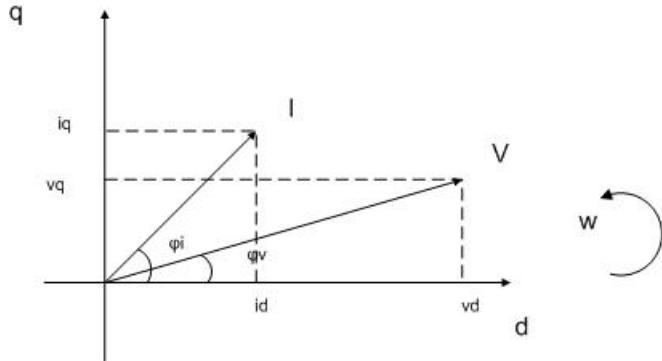
$$\begin{aligned} f_d &= \hat{F} \cos\phi \\ f_q &= \hat{F} \sin\phi \\ f_0 &= 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Η μεταφορά μεγεθών από το σύγχρονα στρεφόμενο πλαίσιο στο ακίνητο πλαίσιο γίνεται με την εξίσωση 30

$$\begin{aligned} T^{-1} &= \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} &= T^{-1} \begin{pmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (30)$$

Η μέση ισχύς που εισέρχεται σε δίκτυο τάσης  $\hat{V} e^{j\phi_V}$  στο οποίο εισέρχεται ρεύμα  $\hat{I} e^{j\phi_I}$  (σχήμα 10) δίνεται από τις εξισώσεις 31

$$\begin{aligned} P &= 3\hat{V}\hat{I}\cos(\phi_I - \phi_V) \\ Q &= 3\hat{V}\hat{I}\sin(\phi_V - \phi_I) \end{aligned} \quad (31)$$



Σχήμα 10: Το πλαίσιο dq στρέφεται με ταχύτητα  $\omega$ , όπως και οι φάσορες τάσης και ρεύματος. Άρα, ως προς το πλαίσιο οι φάσορες είναι ακίνητοι και οι  $d$  και  $q$  συνιστώσες είναι dc ποσότητες.

Για ηλεκτρικά μεγέθη στρεφόμενα με συχνότητα ίση με τη συχνότητα περιστροφής του πλαισίου dq από τις 29, 31 προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \\ Q &= \frac{3}{2}(v_q i_d - v_d i_q) \end{aligned} \quad (32)$$

Από την εξίσωση 32 προκύπτει η έκφραση των ρευμάτων στο σύγχρονα στρεφόμενο πλαίσιο dq ως προς την ενεργό και άεργο ισχύ.

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} \frac{P v_d + Q v_q}{v_d^2 + v_q^2} \\ i_q &= \frac{2}{3} \frac{P v_q - Q v_d}{v_d^2 + v_q^2} \end{aligned} \quad (33)$$

## 2.5 Φιλτράρισμα

Η τάση εξόδου των αντιστροφέων έχει πάντα σημαντική αρμονική παραμόρφωση. Για τη διασύνδεση των αντιστροφέων στο δίκτυο χρησιμοποιούνται παραδοσιακά L φίλτρα, ενώ πιο πρόσφατα η έρευνα έχει στραφεί και στα LCL φίλτρα. Ο έλεγχος ενός αντιστροφέα που συνδέεται στο δίκτυο με L φίλτρο απαιτεί κατά κανόνα λιγότερες μετρήσεις και τον έλεγχο λιγότερων μεταβλητών, οπότε το πλεονέκτημα των L φίλτρων είναι η απλότητα ελέγχου και το μειωμένο κόστος. Η χρήση των LCL φίλτρων επιτρέπει καλύτερο ελέγχο του φασματικού περιεχομένου του ρεύματος εξόδου καθώς και τη μείωση της αρμονικής παραμόρφωσης του ρεύματος εξόδου με χρήση μικρότερων επαγωγών και σε μικρότερη διακοπική συχνότητα, γεγονός που

	$L_1$ (mH)	$L_2$ (mH)	C ( $\mu\text{F}$ )	$f_s$ (Hz)
Ελάχιστο $f_s$	0.5	0.25	100	2500
Μέγιστο $f_s$	0.5	0	200	15600
Παρούσα	1.1	0.27	50	10000

Πίνακας 3: Τιμές  $L_1$ ,  $L_2$ , C,  $f_s$  που συναντώνται στη βιβλιογραφία και στην παρούσα εργασία

καθιστά τη χρήση LCL φίλτρων κατάλληλη σε εφαρμογές υψηλότερης ισχύος. Τα τελευταία χρόνια οι αντιστροφές διεισδύουν σε εφαρμογές έως 1 MVA. Τα παραπάνω πλεονεκτήματα αντισταθμίζονται από την αυξημένη πολυπλοκότητα του κυκλώματος ελέγχου και το αντίστοιχο κόστος. Η συγκεκριμένη εφαρμογή έχει υλοποιηθεί με LCL φίλτρο.

Η λογική χρήσης πυκνωτή στο LCL φίλτρο είναι ότι ο πυκνωτής εμφανίζει μικρή αντίσταση στις υψηλές διακοπτικές συχνότητες, ενώ αντίθετα εμφανίζει μεγάλη αντίσταση στις συχνότητες ελέγχου. Άρα, τα υψησυχνα παρασιτικά ρεύματα που παράγει ο αντιστροφέας απορροφώνται σε μεγάλο βαθμό από τον πυκνωτή, ενώ χαμηλόσυχνες παρασιτικές τάσης δικτύου δεν επηρρεάζουν έντονα το ρεύμα εξόδου του αντιστροφέα λόγω της υψηλής αντίστασης του πυκνωτή.

Σημειώνουμε ότι οι παράμετροι του φίλτρου και η διακοπτική συχνότητα δεν μπορούν να εξεταστούν ξεχωριστά κατά τη σχεδίαση ενός πραγματικού φίλτρου. Επειδή υψηλή διακοπτική συχνότητα συνεπάγεται μικρά φίλτρα άρα μικρότερο κόστος και οικονομία σε μέγεθος, αλλά ταυτόχρονα υψηλότερες διακοπτικές απώλειες και μικρότερη ενεργειακή απόδοση, ο συμβιβασμός των απωλειών του αντιστροφέα με το κόστος φίλτρου αποτελεί βασικό στάδιο του σχεδιασμού. Στον πίνακα 3 παρατίθενται τιμές των παραμέτρων του φίλτρου  $L_1$ , C,  $L_2$  και διακοπτικής συχνότητας  $f_s$  που συναντώνται στη βιβλιογραφία, καθώς και οι τιμές που χρησιμοποιούνται στην εν λόγω εργασία.

## 3 Σχεδίαση κυκλώματος

### 3.1 Στόχοι σχεδίασης

Ο αντιστροφέας σχεδιάστηκε με σκοπό να πληρεί ορισμένες προδιαγραφές:

1. να παρέχει ρεύμα εξόδου με μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης σε συμμετρικό δίκτυο χωρίς αρμονική παραμόρφωση
2. να έχει ικανοποιητική δυναμική απόχριση στην αλλαγή του σήματος ελέγχου ( $i_{L_2}^*$ ).
3. το ρεύμα εξόδου που παρέχει στο σημείο κοινής σύνδεσης με το δίκτυο να πληρεί τις προδιαγραφές του [12] σε περίπτωση παρουσίας αρμονικών τάσης δικτύου και ασυμμετρίας τάσης δικτύου.
4. το ρεύμα εξόδου να έχει μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης και ευσταθή απόχριση για μια ευρεία περιοχή τιμών της ισοδύναμης αντίστασης του δικτύου στο σημείο κοινής σύνδεσης  $Z_s$ . Δηλαδή, ο έλεγχος σχεδιάστηκε ώστε να είναι σθεναρός ως προς την αντίσταση δικτύου  $Z_s$ .
5. το σύστημα ελέγχου να είναι σθεναρό ως προς μεταβλητότητα στις τιμές των παραμέτρων του φίλτρου.

### 3.2 Deadbeat Έλεγχος

#### 3.2.1 Κύκλωμα ελέγχου

Με ελάχιστες εξαιρέσεις, η ανάλυση και σχεδίαση των στρατηγικών ελέγχου διευκολύνεται από το μετασχηματισμό των τάσεων και ρευμάτων στο σύγχρονο dq πλαίσιο. Παρακάτω γίνεται η εξαγωγή της χαρακτηριστικής εξίσωσης n-i επαγωγής L στο σύγχρονο dq πλαίσιο.

$$\begin{aligned}
 v_{dqo} &= T v_{123} \\
 &= TL \frac{d}{dt} i_{123} \\
 &= TL \frac{d}{dt} T^{-1} i_{dqo} \\
 &= TL \left( \frac{d}{dt} (T^{-1}) i_{dqo} + T^{-1} \frac{d}{dt} i_{dqo} \right) \\
 &= LT \frac{d}{dt} (T^{-1}) + L \frac{d}{dt} i_{dqo}
 \end{aligned} \tag{34}$$

Μετά από αλγεβρικές πράξεις προκύπτει ότι

$$T \frac{d}{dt} T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \omega \quad (35)$$

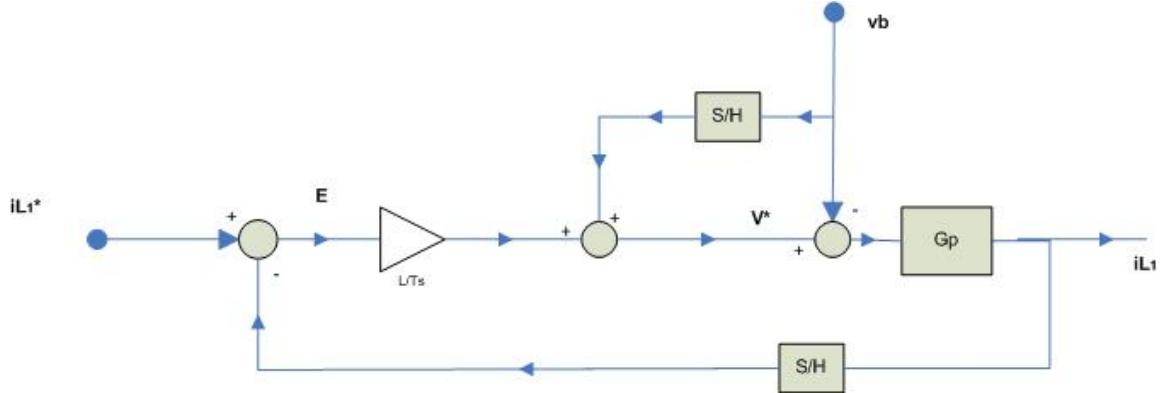
όπου  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  η γωνιακή θέση του άξονα dq. Άρα από τις 34, 35 καταλήγουμε ότι

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega L i_q + L \frac{d}{dt} i_d \\ \omega L i_d + L \frac{d}{dt} i_q \\ L \frac{d}{dt} i_0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Οι αντίστοιχες σχέσεις για πυκνωτή C και αντίσταση R προκύπτουν με την ίδια διαδικασία. Τελικά λαμβάνουμε τις εξισώσεις 37, 38.

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega C v_q + C \frac{d}{dt} v_d \\ \omega C i_d + C \frac{d}{dt} v_q \\ C \frac{d}{dt} v_0 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R i_d \\ R i_q \\ R i_0 \end{pmatrix} \quad (38)$$



Σχήμα 11: Διάγραμμα ελέγχου του ρεύματος  $i_{L_1}$ . Τα μεγέθη είναι μετασχηματισμένα στον dq άξονα και αναφέρονται στο πεδίο του χρόνου.

Η στρατηγική ελέγχου φαίνεται στο σχήμα 11. Τα ρεύματα και οι τάσεις είναι μετασχηματισμένα στο σύγχρονο πλαίσιο dq και τα τονισμένα μεγέθη του σχήματος 11 αποτελούν διανύσματα dq, δηλαδή  $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \end{pmatrix}$ . Έχουμε παραλείψει την ομοπολική συνιστώσα διότι  $i_{L_11} + i_{L_12} + i_{L_13} = 0$  και επίσης από τις εξισώσεις 36, 37, 38 δεν υπάρχει αλληλοσύζευξη μεταξύ ομοπολικών τάσεων και ρευμάτων στους d και q άξονες, άρα οι ομοπολικές συνιστώσες δε συμμετέχουν στις εξισώσεις.

Στο κύκλωμα ελέγχου που προτείνουμε τροφοδοτούμε μετρήσεις της τάσης  $v_b$  και του ρεύματος  $i_{L_1}$  με περίοδο δειγματοληψίας  $T_s$ , αφού πρώτα τις έχουμε μετασχηματίσει στο dq πλαίσιο (αργότερα θα αποδείξουμε ότι αυτό δεν είναι απαραίτητο, αλλά η περιγραφή του συστήματος ελέγχου διευκολύνεται αν μετασχηματίσουμε τα ηλεκτρικά μεγέθη στο dq πλαίσιο). Το σφάλμα ρεύματος διέρχεται από έναν ενισχυτή κέρδους  $\frac{L_1}{T_s}$ . Το σήμα  $\mathbf{V}^*$ , το οποίο προκύπτει από πρόσθεση της τάσης  $v_b$  στο ενισχυμένο σφάλμα, τροφοδοτείται στην παλμογεννήτρια του μετατροπέα, αφού μετασχηματίστεί στο ακίνητο πλαίσιο 123. Όπως έχουμε εξηγήσει στην παράγραφο 2.3.3, σε ένα διάστημα  $T_s$  ο μέσος όρος της τάσης που παράγει η παλμογεννήτρια ισούται με την εντολή ελέγχου  $\mathbf{V}^*$  μετασχηματισμένη στο ακίνητο πλαίσιο 123.

Οι εξισώσεις 39 αποτελούν τις εξισώσεις κατάστασης του επαγωγέα  $L_1$  στο σύγχρονο πλαίσιο d $q$  και προκύπτουν αμέσως από τις εξισώσεις 36.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{L_1d} \\ i_{L_1q} \end{pmatrix} &= A \begin{pmatrix} i_{L_1d} \\ i_{L_1q} \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} v_{ad} - v_{bd} \\ v_{aq} - v_{bq} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_1d} \\ i_{L_1q} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} \quad (39) \end{aligned}$$

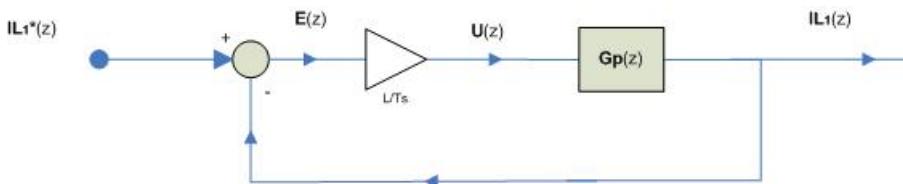
όπου

$$v_d = v_{ad} - v_{bd}, v_q = v_{aq} - v_{bq}$$

$v_{ad}$  η τάση d-άξονα στο σημείο α του κυκλώματος του σχήματος 2

$v_{aq}$  η τάση q-άξονα στο σημείο α του κυκλώματος του σχήματος 2.

Προκειμένου να μελετήσουμε το σύστημα ελέγχου στο πεδίο z, μετασχηματίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς του επαγωγέα στο πεδίο z. Ο μετασχηματισμός εμπέμσως υπονοεί ότι η τάση του πυκνωτή σε ένα διάστημα δειγματοληψίας παραμένει σταθερή. Αυτή η παραδοχή αποτελεί μια προσέγγιση, όπως θα δείξουμε στην παράγραφο 3.2.2, η οποία είναι ικανοποιητικά ακριβής. Επιπλέον, η θεώρηση αυτή μας επιτρέπει να απλοποιήσουμε το διάγραμμα του σχήματος 11, αφού η τάση  $v_b$  στο σχήμα 11 προσθαφαιρείται στο ενισχυμένο σφάλμα. Το απλοποιημένο διάγραμμα ελέγχου φαίνεται στο σχήμα 12.



Σχήμα 12: Απλοποιημένο διάγραμμα ελέγχου του ρεύματος  $i_{L_1}$ . Τα μεγέθη και η συνάρτηση μεταφοράς είναι μετασχηματισμένα στο πεδίο z.

Από το σχήμα 12 προκύπτει

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_{L_1}(z) &= \frac{L_1}{T_s} \mathbf{G}_p(z) \mathbf{E}(z) \\ \Rightarrow \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \left( \mathbf{I} + \mathbf{G}_p(z) \frac{L_1}{T_s} \right)^{-1} \mathbf{G}_p(z) \frac{L_1}{T_s} \mathbf{I}_{L_1}^*(z)\end{aligned}\quad (40)$$

Παρακάτω υπολογίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς  $\mathbf{G}_p(z)$ . Από το [13],

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= \mathcal{L}^{-1}[(sI - A)^{-1}] \\ &= \mathcal{L}^{-1} \begin{pmatrix} s & \omega \\ -\omega & s \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ -\sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (41)$$

$$\begin{aligned}\theta(T_s) &= \int_0^{T_s} \varphi(T_s - \tau) B d\tau \\ &= \frac{1}{L_1} \int_0^{T_s} \begin{pmatrix} \cos(\omega T_s - \omega \tau) & \sin(\omega T_s - \omega \tau) \\ -\sin(\omega T_s - \omega \tau) & \cos(\omega T_s - \omega \tau) \end{pmatrix} d\tau \\ &= \frac{1}{\omega L_1} \begin{pmatrix} \sin(\omega T_s) & 1 - \cos(\omega T_s) \\ \cos(\omega T_s) - 1 & \sin(\omega T_s) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (42)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_{L_1}[(k+1)T_s] &= \varphi(T_s) \mathbf{i}_{L_1}(kT_s) + \theta(T_s) \mathbf{u}(kT_s) \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\omega T_s) & \sin(\omega T_s) \\ -\sin(\omega T_s) & \cos(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{i}_{L_1}(kT_s) \\ &\quad + \frac{1}{\omega L_1} \begin{pmatrix} \sin(\omega T_s) & 1 - \cos(\omega T_s) \\ \cos(\omega T_s) - 1 & \sin(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{u}(kT_s)\end{aligned}\quad (43)$$

όπου  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix}$  ο μετασχηματισμός του  $\mathbf{U}$  του σχήματος 12 στο πεδίο του χρόνου.

Εφαρμόζουμε μετασχηματισμό την εξίσωση 43 και θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες προκύπτει

$$\begin{aligned}z \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \begin{pmatrix} \cos(\omega T_s) & \sin(\omega T_s) \\ -\sin(\omega T_s) & \cos(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{I}_{L_1}(z) \\ &\quad + \frac{1}{\omega L_1} \begin{pmatrix} \sin(\omega T_s) & 1 - \cos(\omega T_s) \\ \cos(\omega T_s) - 1 & \sin(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{U}(z) \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} z - \cos(\omega T_s) & -\sin(\omega T_s) \\ \sin(\omega T_s) & z - \cos(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \frac{1}{\omega L_1} \begin{pmatrix} \sin(\omega T_s) & 1 - \cos(\omega T_s) \\ \cos(\omega T_s) - 1 & \sin(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{U}(z)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \begin{pmatrix} z - \cos(\omega T_s) & -\sin(\omega T_s) \\ \sin(\omega T_s) & z - \cos(\omega T_s) \end{pmatrix}^{-1} \\
&\quad \frac{1}{\omega L_1} \begin{pmatrix} \sin(\omega T_s) & 1 - \cos(\omega T_s) \\ \cos(\omega T_s) - 1 & \sin(\omega T_s) \end{pmatrix} \mathbf{U}(z) \\
\Rightarrow \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \frac{\begin{pmatrix} (z-1)\sin(\omega T_s) & (z+1)(1-\cos(\omega T_s)) \\ (z+1)(\cos(\omega T_s)-1) & (z-1)\sin(\omega T_s) \end{pmatrix}}{\omega L_1(z^2 - 2z\cos(\omega T_s) + 1)} \mathbf{U}(z) \\
\Rightarrow \mathbf{G}_p(z) &= \frac{\begin{pmatrix} (z-1)\sin(\omega T_s) & (z+1)(1-\cos(\omega T_s)) \\ (z+1)(\cos(\omega T_s)-1) & (z-1)\sin(\omega T_s) \end{pmatrix}}{\omega L_1(z^2 - 2z\cos(\omega T_s) + 1)} \quad (44)
\end{aligned}$$

Για  $T_s = 10^{-4}$  s προκύπτει

$$\omega T_s = 0.0314 \text{ rad} \quad (45)$$

οπότε με μεγάλη ακρίβεια κάνουμε τις εξής προσεγγίσεις

$$\begin{aligned}
\cos(\omega T_s) &\simeq 1 \\
\sin(\omega T_s) &\simeq \omega T_s
\end{aligned} \quad (46)$$

οπότε η εξίσωση 44 προσεγγίζεται ως εξής

$$\mathbf{G}_p(z) = \frac{T_s}{L_1} \begin{pmatrix} (z-1)^{-1} & 0 \\ 0 & (z-1)^{-1} \end{pmatrix} \quad (47)$$

Από την εξίσωση 40 λαμβάνουμε τελικά

$$\begin{aligned}
\mathbf{I}_{L_1}(z) &= \begin{pmatrix} 1 + (z-1)^{-1} & 0 \\ 0 & 1 + (z-1)^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} (z-1)^{-1} & 0 \\ 0 & (z-1)^{-1} \end{pmatrix} \mathbf{I}_{L_1}^*(z) \\
\Rightarrow \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \begin{pmatrix} \frac{1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z} \end{pmatrix} \mathbf{I}_{L_1}^*(z)
\end{aligned} \quad (48)$$

Η εξίσωση 48 υποδηλώνει ότι με το σύστημα ελέγχου που σχεδιάσαμε στο σχήμα 11 το ρεύμα του πηνίου  $L_1$  λαμβάνει την τιμή αναφοράς σε χρόνο  $T_s$ . Η ταχύτατη χρονική απόκριση του deadbeat ελέγχου αποτελεί μεγάλο πλεονέκτημα της συγκεκριμένης στρατηγικής ελέγχου έναντι PI ελεγκτών. Επιπλέον, ο συγκεκριμένος έλεγχος είναι πολύ απλούστερος από τον [2], αφού στοχεύει στον έλεγχο του ρεύματος  $i_{L_1}$  και αποφεύγει την εμπλοκή του υπόλοιπου κυκλώματος στο διάγραμμα ελέγχου.

Η απλότητα της προτεινόμενης στρατηγικής ελέγχου φαίνεται καλύτερα αν μετασχηματίσουμε τα μεγέθη του σχήματος 11 στο ακίνητο πλαίσιο χρησιμοποιώντας τον αντίστροφο μετασχηματισμό Park της εξίσωσης 30.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_{dq}^* &= \frac{L_1}{T_s} (\mathbf{i}_{L_1,dq}^* - \mathbf{i}_{L_1,dq}) + \mathbf{v}_{b,dq} \\
 \mathbf{V}_{123}^* = T^{-1}\mathbf{V}_{dq}^* &= T^{-1} \left( \frac{L_1}{T_s} (\mathbf{i}_{L_1,dq}^* - \mathbf{i}_{L_1,dq}) + \mathbf{v}_{b,dq} \right) \\
 \Rightarrow \mathbf{V}_{123}^* &= \frac{L_1}{T_s} (\mathbf{i}_{L_1,123}^* - \mathbf{i}_{L_1,123}) + \mathbf{v}_{b,123}
 \end{aligned} \tag{49}$$

Δηλαδή, δεν είναι τελικά απαραίτητος ο μετασχηματισμός των ηλεκτρικών μεγεθών σε σύγχρονα στρεφόμενο άξονα dq για να επιτευχθεί ο deadbeat έλεγχος, γεγονός που καθιστά πιο εύκολη και φθηνή την υλοποίηση του κυκλώματος.

### 3.2.2 Διακύμανση $v_b$

Το κατά πόσο η προσέγγιση ότι η τάση  $v_b$  παραμένει σταθερή σε ένα διάστημα δειγματοληψίας είναι ακριβής εξαρτάται από τις επιλογές των παραμέτρων  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $C$ ,  $T_s$  καθώς και από το συντελεστή ισχύος του αντιστροφέα. Από το σχήμα 11 συμπεραίνουμε ότι, προκειμένου ο έλεγχος να είναι επιτυχημένος, πρέπει η μεταβολή της τάσης  $v_b$  σε ένα διάστημα  $T_s$  (το σφάλμα προσέγγισης) να είναι υποπολλαπλάσιο του  $\frac{L_1}{T_s}E$  (το σφάλμα ανατροφοδότησης).

Το σφάλμα προσέγγισης περιγράφεται από το φάσορα

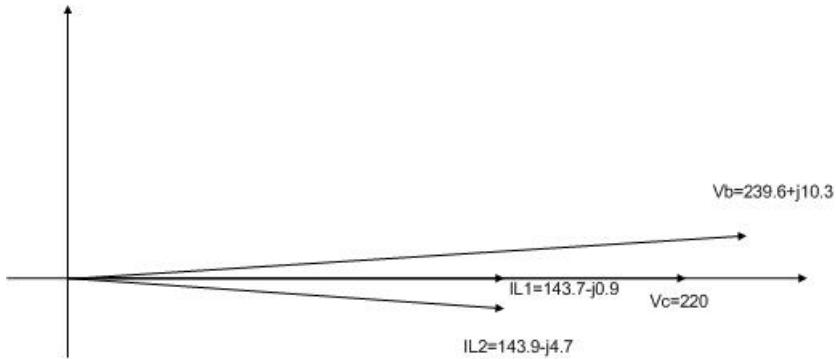
$$\widetilde{\Delta v}_b = j\omega \widehat{v}_b e^{j\varphi_{v_b}} T_s \tag{50}$$

Το σφάλμα ανατροφοδότησης  $\frac{L_1}{T_s}E$  μπορεί να περιγραφεί από το φάσορα

$$\widetilde{\Delta v}_{L_1} = j\omega L_1 \widehat{i}_{L_1} e^{j\varphi_{L_1}} \tag{51}$$

Λόγω του γεγονότος ότι ο αντιστροφέας πρέπει να λειτουργεί με συντελεστή ισχύος τουλάχιστον 0.95 και επίσης λόγω της μικρής τιμής της  $L_2$  οι φάσορες των  $v_b$ ,  $i_{L_2}$  είναι περίπου συγγραμμικοί, όπως φαίνεται στο σχήμα 13 για  $\lambda=0.95$  επαγωγικό και δίκτυο  $S_k = 10S_N$ . Εφόσον ο πυκνωτής του φίλτρου έχει αρκετά μικρή χωρητικότητα το ρεύμα  $i_C$  είναι μικρό σχετικά με το ρεύμα  $i_{L_2}$  άρα οι φάσορες των ρευμάτων  $i_{L_1}$  και  $i_{L_2}$  είναι περίπου συγγραμμικοί. Κατά συνέπεια, οι φάσορες  $\Delta v_b$  και  $\Delta v_{L_1}$  είναι περίπου συγγραμμικοί. Το γεγονός ότι τα δύο σφάλματα είναι συμφασικά σημαίνει ότι το σχετικό σφάλμα παραμένει σταθερό και ίσο με το λόγο των μέτρων τους. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις 50, 51 και λαμβάνοντας  $\varphi_{i_{L_1}} \simeq \varphi_{v_b}$  λαμβάνουμε την εξίσωση 52

$$\frac{\widetilde{\Delta v}_b}{\widetilde{\Delta v}_{L_1}} = \frac{\widehat{v}_b}{\widehat{i}_{L_1}} \frac{T_s}{L_1} \tag{52}$$



Σχήμα 13: Διανυσματικό διάγραμμα για λειτουργία σε ονομαστική ισχύ με  $\lambda=0.95$  επαγωγικό.

Στο σχήμα 14 παρουσιάζονται οι κυματομορφές των  $\frac{L_1}{T_s}E$  και νη για προσομοίωση σε δίκτυο  $S_k = 10S_N$ . Παρατηρούμε τη διαφορά φάσης  $90^\circ$  μεταξύ των δύο κυματομορφών. Στη δεύτερη στήλη εστιάζουμε στο χρονικό διάστημα κατά το οποίο η τάση νη διέρχεται από το μηδέν, οπότε και προκύπτει ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής άρα το μέγιστο σφάλμα. Το διάστημα αυτό αντιστοιχεί στο μέγιστο του σφάλματος ανάδρασης. Από το σχήμα 14 προκύπτει

$$\frac{\tilde{\Delta}v_b}{\tilde{\Delta}v_{L_1}} = \frac{16}{76.5} = 0.21 \quad (53)$$

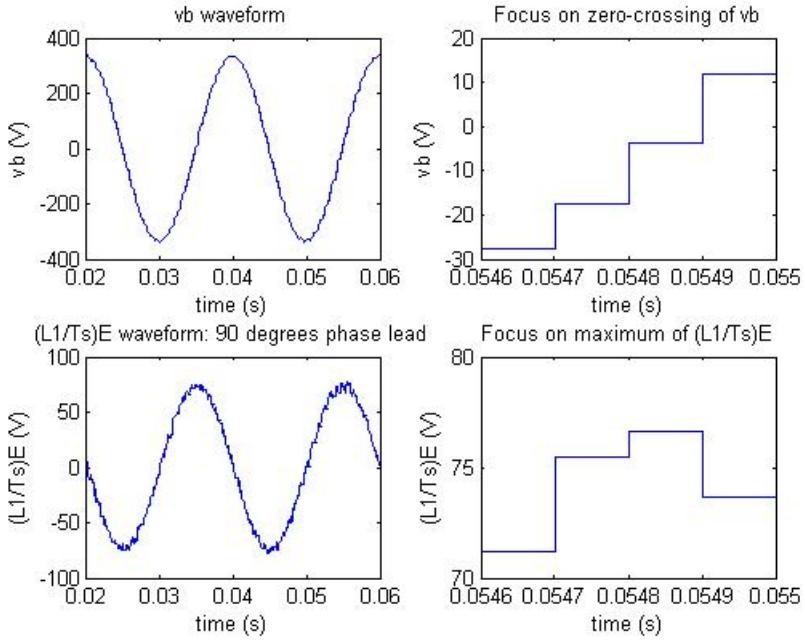
ενώ για  $T_s = 10^{-4}$  s, C=50  $\mu$ F,  $L_1 = 1.1$  mH,  $\hat{v}_b = 340$  V,  $\hat{i}_{L_1} = 200$  A το δεύτερο μέλος της 52 δίνει

$$\frac{340}{144} \frac{10^{-4}}{1.1 \cdot 10^{-3}} = 0.15 \quad (54)$$

Τα αποτελέσματα των εξισώσεων 53,54 επιβεβαιώνουν ότι το σφάλμα προσέγγισης δεν ξεπερνάει το ένα τέταρτο του σφάλματος ανάδρασης.

### 3.2.3 Κύκλωμα πρόβλεψης

Αν και ο deadbeat έλεγχος έχει ταχύτατη απόκριση, το πραγματικό σήμα ακολουθεί την αναφορά με καθυστέρηση  $T_s$ . Προκειμένου να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα αποθηκεύομε τις τρεις τελευταίες τιμές της αναφοράς ( $\mathbf{i}_{L_1,123}^*((n-2)T_s)$ ,  $\mathbf{i}_{L_1,123}^*((n-1)T_s)$ ,  $\mathbf{i}_{L_1,123}^*(nT_s)$ ) και υπολογίζουμε την παρεμβολή δευτέρου βαθμού  $\hat{\mathbf{i}}_{L_1,123}^*(nT_s)$  προκειμένου να προσεγγίσουμε τη μελλοντική τιμή της αναφοράς [2]. Αναφερόμαστε στη φάση i. Προκύπτουν οι εξισώσεις 55



Σχήμα 14: Κυματομορφές  $\frac{L_1}{T_s}E$ ,  $v_b$  για  $S_k = 10S_N$  και  $\lambda=0.95$  επαγωγικό.

$$\begin{aligned}
 i_{L_1i}^*((n-2)T_s) &= at_{n-2}^2 + bt_{n-2} + c \\
 i_{L_1i}^*((n-1)T_s) &= a(t_{n-2} + T_s)^2 + b(t_{n-2} + T_s) + c \\
 i_{L_1i}^*(nT_s) &= a(t_{n-2} + 2T_s)^2 + b(t_{n-2} + 2T_s) + c \\
 \widehat{i}_{L_1i}^*(nT_s) &= a(t_{n-2} + 3T_s)^2 + b(t_{n-2} + 3T_s) + c
 \end{aligned} \tag{55}$$

από τις οποίες προκύπτουν οι εξισώσεις 56

$$\begin{aligned}
 i_{L_1i}^*((n-2)T_s) &= at_{n-2}^2 + bt_{n-2} + c \\
 i_{L_1i}^*((n-1)T_s) &= at_{n-2}^2 + 2at_{n-2}T_s + aT_s^2 + bt_{n-2} + bT_s + c \\
 i_{L_1i}^*(nT_s) &= at_{n-2}^2 + 4at_{n-2}T_s + 4aT_s^2 + bt_{n-2} + 2bT_s + c \\
 \widehat{i}_{L_1i}^*(nT_s) &= at_{n-2}^2 + 6at_{n-2}T_s + 9aT_s^2 + bt_{n-2} + 3bT_s + c
 \end{aligned} \tag{56}$$

Από τις εξισώσεις 56 είναι εύκολο να προκύψει τελικά η εξισωση 57.

$$\widehat{i}_{L_1i}^*(nT_s) = 6i_{L_1i}^*(nT_s) - 8i_{L_1i}^*((n-1)T_s) + 3i_{L_1i}^*((n-2)T_s) \tag{57}$$

Στο σχήμα 15 φαίνεται ότι, χάρις στον deadbeat έλεγχο, το ρεύμα  $i_{L_2}$  παρακολουθεί το σήμα ελέγχου χωρίς σφάλμα. Εστιάζοντας στο σχήμα 15 λαμβάνουμε το

σχήμα 16, στο οποίο φαίνεται καθαρά η περίοδος του deadbeat ελέγχου και η αποτελεσματική λειτουργία του κυκλωμάτος πρόβλεψης αφού στο τέλος κάθε βήματος το πραγματικό σήμα είναι σχεδόν ίσο με την αναφορά του επόμενου βήματος και όχι με την αναφορά του βήματος που μόλις πέρασε.

Η συχνότητα του deadbeat ελέγχου αποτυπώνεται και στο φάσμα της τάσης  $v_a$  η οποία παρουσιάζεται στο σχήμα 17, όπου διαχρίνουμε παρασιτικές αρμονικές κάθε 10 kHz.

Σημειώνουμε ότι η υλοποίηση του συστήματος ελέγχου είναι εφικτή και δίχως το κύκλωμα πρόβλεψης, αφού για  $f_s=10$  kHz η καθυστέρηση φάσης του πραγματικού σήματος ως προς το σήμα ελέγχου είναι αμελητέα. Αξιόλογη διαφορά φάσης εμφανίζεται για διακοπτικές συχνότητες μικρότερες του 1 kHz [6].

### 3.3 PI Έλεγχος και $K_p$ , $K_i$ , $L_2$ , $\mathbf{C}$

Για να επιχειρήσουμε τον έλεγχο του  $i_{L_2}$  θα καταστρώσουμε τις εξισώσεις κατάστασης του συστήματος που πλαισιώνεται στο σχήμα 18. Το σύστημα ελέγχου, το οποίο φαίνεται στο σχήμα 19, ανατροφοδοτείται με τη μέτρηση του ρεύματος του επαγωγέα  $L_2$  και χρησιμοποιεί την έξοδο του PI ελεγκτή ως σήμα αναφοράς για τον deadbeat έλεγχο, ο οποίος παρουσιάστηκε στην παράγραφο 3.2.1. Όπως και στην παράγραφο 3.2.1, μετασχηματίζουμε τα ηλεκτρικά μεγέθη στο σύγχρονα στρεφόμενο πλαίσιο d-q. Ωστόσο, σε αντίθεση με την παράγραφο 3.2.1, αναλύουμε το σύστημα στο s-επίπεδο. Η παράλειψη του deadbeat κυκλώματος ελέγχου στο σχήμα 19 υπονοεί ότι  $i_{L_1} = i_{L_1}^*$ , το οποίο είναι μια ικανοποιητικά καλή προσέγγιση για μικρές περιόδους λειτουργίας του deadbeat ελέγχου.

Η συνάρτηση μεταφοράς  $\mathbf{G}_{PI}(s)$  δίνεται από τη σχέση

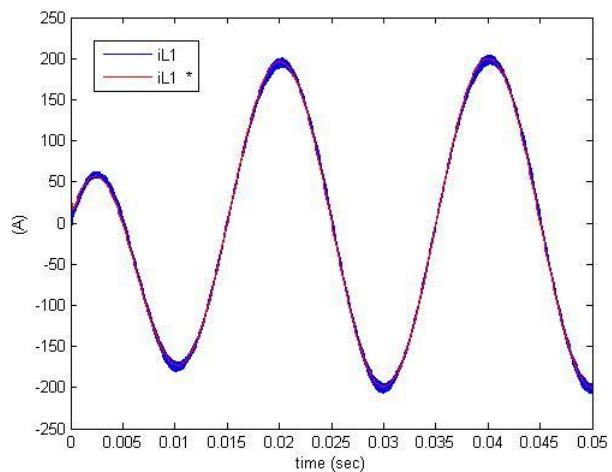
$$\mathbf{G}_{PI}(s) = \begin{pmatrix} K_{p,d} + \frac{K_{i,d}}{s} & 0 \\ 0 & K_{p,q} + \frac{K_{i,q}}{s} \end{pmatrix} \quad (58)$$

δηλαδή εφαρμόζουμε ξεχωριστό PI έλεγχο για την d και q συνιστώσα χωρίς σύζευξη στο σύγχρονα στρεφόμενο πλαίσιο αναφοράς.

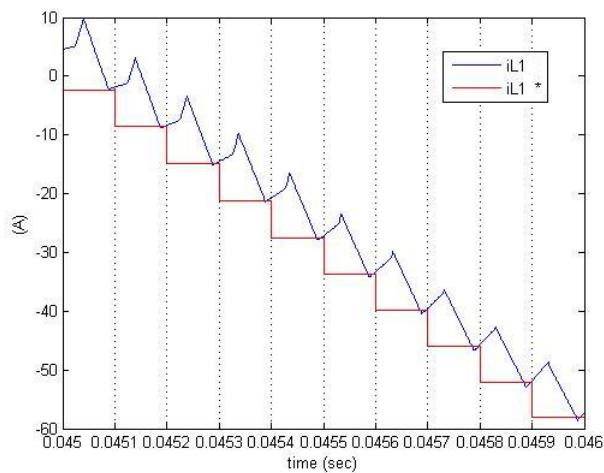
Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις 36, 37, 38 και τους νόμους του Kirchoff λαμβάνουμε τις εξισώσεις κατάστασης του κυκλώματος

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \frac{-R}{L} & \omega & \frac{1}{L} & 0 \\ -\omega & -\frac{R}{L} & 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega \\ 0 & -\frac{1}{C} & -\omega & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{u} \quad (59)$$

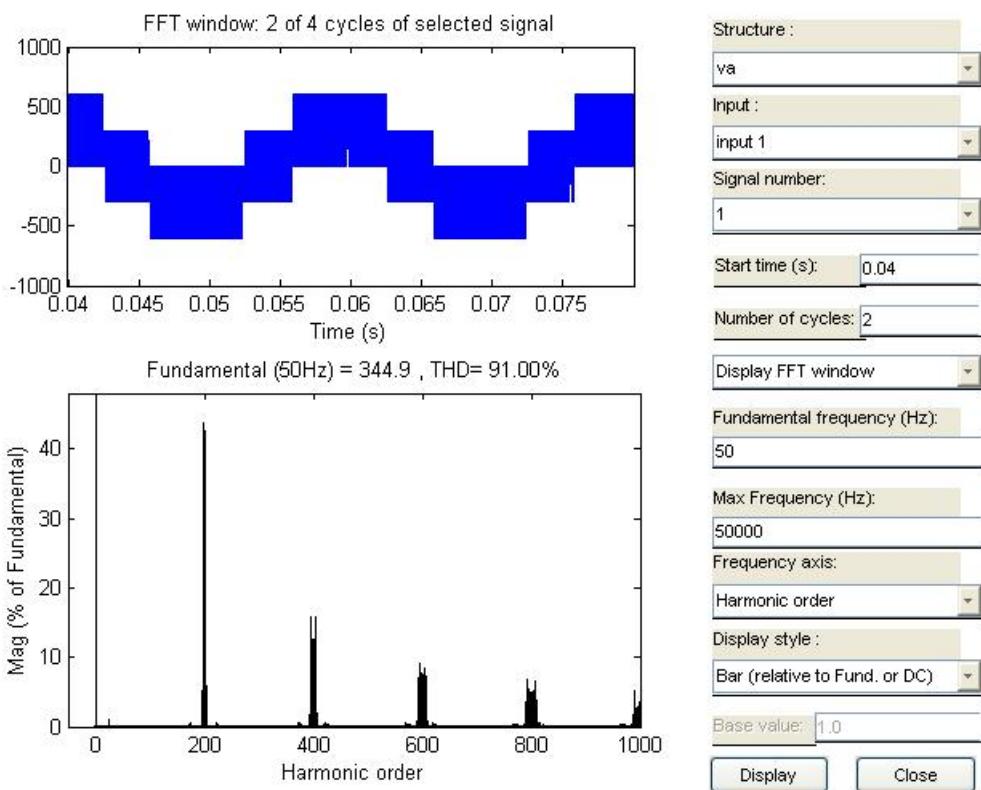
$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} \quad (60)$$



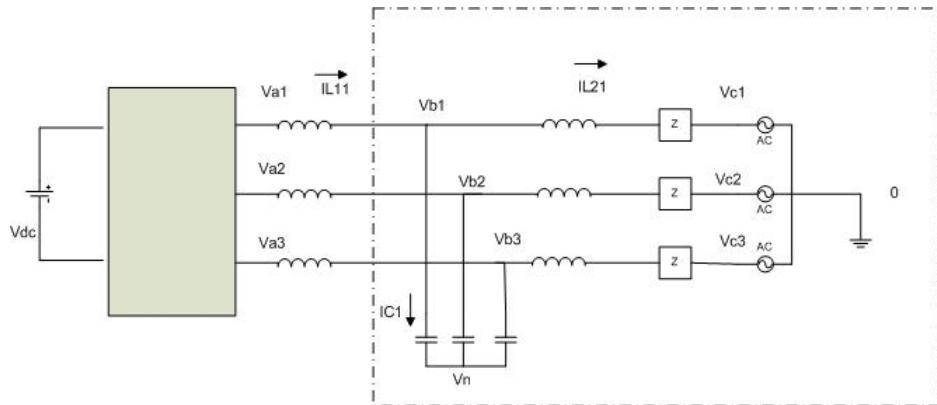
Σχήμα 15: Κυματομορφή  $i_{L_1}$  ως προς το σήμα αναφοράς.



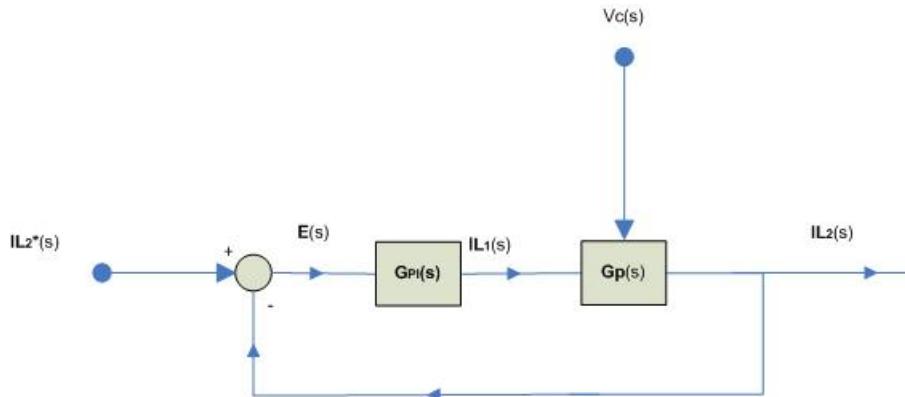
Σχήμα 16: Εστίαση στην κυματομορφή του σχήματος 15 όπου φαίνεται η αρχή λειτουργίας του deadbeat ελέγχου με κύκλωμα πρόβλεψης.



Σχήμα 17: Το φάσμα της τάσης  $v_a$ . Διακρίνουμε παρασιτικές αρμονικές κάθε 10 kHz.



Σχήμα 18: Πλαισίωση του τμήματος του κυκλώματος το οποίο υπόκειται σε PI έλεγχο



Σχήμα 19: Στρατηγική ελέγχου του  $i_{L_2}$  με χρήση PI ελεγκτή. Τα μεγέθη είναι μετασχηματισμένα κατά Laplace στον dq άξονα.

όπου

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (i_{L_2d} \quad i_{L_2q} \quad v_{bd} \quad v_{bq})^T \\ \mathbf{u} &= (i_{L_1d} \quad i_{L_1q} \quad v_{cd} \quad v_{cq})^T \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} L &= L_1 + L_s \\ R &= R_s \end{aligned} \tag{61}$$

όπου  $L_s$  και  $R_s$  τα στοιχεία του δικτύου.

Οι ομοπολικές συνιστώσες δε συμπεριλαμβάνονται στις εξισώσεις 59 διότι είναι αποσυζευγμένες από τις 59 και η μόνη πληροφορία που προσθέτουν είναι ότι

$$v_n = \frac{v_{b1} + v_{b2} + v_{b3}}{3} \quad (62)$$

Θα υπολογίσουμε τη συνάρτηση μεταφοράς  $\mathbf{G}_p$  του παραπάνω συστήματος.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} I_{L_2d} \\ I_{L_2q} \end{pmatrix} &= \mathbf{G}_p(s) \begin{pmatrix} I_{L_1d} \\ I_{L_1q} \\ V_{cd} \\ V_{cq} \end{pmatrix} \\ &= C(sI - A)^{-1}B \begin{pmatrix} I_{L_1d} \\ I_{L_1q} \\ V_{cd} \\ V_{cq} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & g_{13}(s) & g_{14}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & g_{23}(s) & g_{24}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{L_1d} \\ I_{L_1q} \\ V_{cd} \\ V_{cq} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (63)$$

όπου

$$\begin{aligned} g_{11}(s) &= \frac{-s^2bc + sabc + (c\omega^2b + c^2b^2)}{D(s)} \\ g_{12}(s) &= \frac{s(-2\omega bc) + \omega abc}{D(s)} \\ g_{13}(s) &= \frac{s^3(-b) + s^2ab + s(cb^2 - \omega^2b) + a\omega^2b}{D(s)} \\ g_{14}(s) &= \frac{s^2(-\omega b) + (-\omega cb^2 - \omega^3b)}{D(s)} \\ g_{21}(s) &= \frac{s(2\omega bc) - \omega abc}{D(s)} \\ g_{22}(s) &= \frac{-s^2bc + sabc + (c\omega^2b + c^2b^2)}{D(s)} \\ g_{23}(s) &= \frac{s^2\omega b + (\omega cb^2 + \omega^3b)}{D(s)} \\ g_{24}(s) &= \frac{s^3(-b) + s^2ab + s(cb^2 - \omega^2b) + a\omega^2b}{D(s)} \end{aligned} \quad (64)$$

όπου  $D(s)$  το χαρακτηριστικό πολυώνυμο των συναρτήσεων μεταφοράς

$$D(s) = s^4 - 2as^3 + s^2(a^2 + 2\omega^2 - 2bc) + s(-2a\omega^2 + 2abc) + (\omega^2(a^2 + \omega^2) + (bc)^2 + 2bc\omega^2) \quad (65)$$

και

$$\begin{aligned} a &= -\frac{R}{L} \\ b &= \frac{1}{L} \\ c &= -\frac{1}{C} \end{aligned} \quad (66)$$

Παρατηρούμε ότι ισχύουν οι εξισώσεις 67

$$\begin{aligned} g_{11}(s) &= g_{22}(s) \\ g_{12}(s) &= -g_{21}(s) \\ g_{13}(s) &= g_{24}(s) \\ g_{14}(s) &= -g_{23}(s) \end{aligned} \quad (67)$$

Από το σχήμα 19 και τις σχέσεις 58, 63 προκύπτει

$$\begin{pmatrix} I_{L_2d}(1 + g_{11}(K_p + \frac{K_i}{s})) \\ I_{L_2q}(1 + g_{22}(K_p + \frac{K_i}{s})) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11}(K_p + \frac{K_i}{s})I_{L_2d}^* \\ g_{22}(K_p + \frac{K_i}{s})I_{L_2q}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_{12}(K_p + \frac{K_i}{s})(I_{L_2q}^* - I_{L_2q}) + g_{13}V_{cd} + g_{14}V_{cq} \\ g_{21}(K_p + \frac{K_i}{s})(I_{L_2d}^* - I_{L_2d}) + g_{23}V_{cd} + g_{24}V_{cq} \end{pmatrix} \quad (68)$$

Σημειώνουμε ότι στην εξίσωση 68 χρησιμοποιούμε ενιαίο  $K_p$ ,  $K_i$  για τον d και q άξονα προκειμένου με να απλοποιήσουμε την ανάλυση και σχεδίαση του συστήματος αυτομάτου ελέγχου.

### 3.3.1 Σχεδίαση

Για το μετασχηματισμό Laplace ισχύει η ιδιότητα της τελικής τιμής που εκφράζεται από την εξίσωση 69.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (69)$$

εφόσον ο παρονομαστής του  $F(s)$  έχει ρίζες των οποίων το πραγματικό μέρος είναι αρνητικό.

Προκειμένου να σχεδιάσουμε το σύστημα θεωρούμε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας. Έτσι, οι όροι  $I_{L_2d}^* - I_{L_2d}$ ,  $I_{L_2q}^* - I_{L_2q}$  της εξίσωσης 68 μηδενίζονται εφόσον ο PI έλεγχος έχει μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης. Επίσης, εφόσον η τάση δικτύου δεν περιέχει αρμονικές ο μετασχηματισμός Laplace των  $V_{cd}(s)$  και  $V_{cq}(s)$  δίνεται από την εξίσωση 70

$$V_{cd}(s) = \frac{\sqrt{2}\hat{V}_c \cos \varphi}{2s} \quad (70)$$

$$V_{cq}(s) = \frac{\sqrt{2}\hat{V}_c \sin \varphi}{2s} \quad (71)$$

όπου  $\hat{V}_c$  το μέτρο της φασικής τάσης δικτύου και  $\varphi$  η γωνία της τάσης  $V_{cd}$  ως προς τον d άξονα του σύγχρονα στρεφόμενου πλαισίου αναφοράς.

Από τις εξισώσεις 64, 68, 70 προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s V_{cd} \frac{g_{13}}{1 + g_{11}(K_p + \frac{K_i}{s})} &= 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} s V_{cq} \frac{g_{14}}{1 + g_{11}(K_p + \frac{K_i}{s})} &= 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} s V_{cd} \frac{g_{23}}{1 + g_{22}(K_p + \frac{K_i}{s})} &= 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} s V_{cq} \frac{g_{24}}{1 + g_{22}(K_p + \frac{K_i}{s})} &= 0 \end{aligned} \quad (72)$$

Άρα στη μόνημη κατάσταση τα  $I_{L1d}$ ,  $I_{L1q}$  επηρεάζονται μόνο από τις αναφορές  $I_{L1d}^*$ ,  $I_{L1q}^*$  αντίστοιχα. Συνεπώς, σε πρώτη προσέγγιση μπορούμε να αναλύσουμε την ευστάθεια και τη δυναμική απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου του σχήματος 19 χρησιμοποιώντας τις παρακάτω εξισώσεις.

$$G_{cl,d/q}(s) = \frac{I_{L2,d/q}(s)}{I_{L2,d/q}(s)^*} = \frac{(K_p + \frac{K_i}{s})g_{11}(s)}{1 + (K_p + \frac{K_i}{s})g_{11}(s)} = \frac{(sK_p + K_i)N_{11}}{sD + (sK_p + K_i)N_{11}} \quad (73)$$

Κατά τη σχεδίαση τέθηκαν οι εξής στόχοι, οι οποίοι προκύπτουν απευθείας από τους στόχους της παραγράφου 3.1 καθώς και από επιδόσεις συστημάτων που αναφέρονται στη βιβλιογραφία:

- Το σύστημα να είναι ευσταθές. Δηλαδή, οι ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου κλειστού βρόχου

$$D_{cl}(s) = sD(s) + (sK_p + K_i)N_{11}(s) \quad (74)$$

να είναι αρνητικές για  $f_g = 50$  Hz.

- Η δυναμική απόκριση του συστήματος να έχει χρόνο αποκατάστασης [14], (χρονικό διάστημα που παρέρχεται μέχρι η βηματική απόκριση να βρεθεί και να παραμείνει στο  $\pm 2\%$  της τελικής της τιμής) που να μην ξεπερνά τον έναν κύκλο δικτύου. Ο στόχος αυτός προκύπτει από μια εποπτεία της βιβλιογραφίας, η οποία πληρεί την παραπάνω προϋπόθεση.

$$T_{set} \leq 2T_g \quad (75)$$

όπου  $T_g = 20$  ms.

3. Η υπερύψωση (μέγιστη τιμή της διαφοράς μεταξύ των αποκρίσεων στη μεταβατική κατάσταση και τη μόνιμη κατάσταση ισορροπίας όταν το σύστημα διεγείρεται από μοναδιαία βηματική είσοδο) να μη δημιουργεί προβλήματα υπερεντάσεων. Τα ανεκτά όρια υπερύψωσης καθορίζονται από τις προδιαγραφές της εκάστοτε εφαρμογής. Αν απαιτούμε τα υπερεντάσεων να μην ξεπερνάνε το 10% του ονομαστικού ρεύματος λειτουργίας μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε αυτήν την απαίτηση με την εξίσωση 76

$$OS(\%) \leq 110 \quad (76)$$

Από την εξίσωση 73 συμπεραίνουμε ότι το σύστημα είναι πέμπτου βαθμού. Μια απόπειρα να το αναγάγουμε σε δευτέρου βαθμού σύστημα με βάση τη θέση των πόλων και ριζών [15] αποδεικνύεται ανεπαρκής, αφού η θέση των πόλων και ριζών του συστήματος δεν επιτρέπει την απλοποίησή του. Ο κώδικας Matlab που χρησιμοποιήθηκε για τη σχεδίαση του κυκλώματος ελέγχου με κριτήριο τη θέση των ριζών και τη δυναμική απόκριση του συστήματος δίνεται στην παράγραφο B.1 του παραρτήματος. Προσπαθούμε να καθορίσουμε τέσσερεις παραμέτρους ( $K_p, K_i, L_2, C$ ) πληρώντας τους τρεις παραπάνω στόχους.

- Προκειμένου να αποφευχθεί υψηλή πτώση τάσης στον επαγωγέα  $L_2$  του φίλτρου, η οποία έχει σαν αποτέλεσμα την επιβάρυνση του συστήματος που σχεδιάζουμε με υψηλή DC τάση τροφοδοσίας, θέτουμε σαν προδιαγραφή το άθροισμα της επαγωγικής αντίστασης του  $L_2$  και του  $L_s$  να μην ξεπερνά το 5% της βασικής αντίστασης στα 50 Hz. Άρα

$$L = L_s + L_2 \leq 0.05 \frac{V_N^2}{\omega S_N} = 230\mu H \quad (77)$$

Η παράμετρος  $L_2$  δεν πρέπει να χρησιμοποιηθεί σαν εργαλείο κατά τη σχεδίαση του συστήματος προκειμένου ο έλεγχος να είναι σθεναρός ως προς τις παραμέτρους του δικτύου, γιατί προστίθεται στην επαγωγή του δικτύου διαμορφώνοντας τη συνολική επαγωγή  $L$ , η οποία είναι άγνωστη παράμετρος. Εξάλλου, αύξηση του  $L_2$  μεταθέτει τις ρίζες του συτήματος κοντά στον κατακόρυφο άξονα και αυξάνει το χρόνο αποκατάστασης και την υπερύψωση. Επιλέγουμε

$$L_2 = 10\mu H \quad (78)$$

- Μεγάλες τιμές του  $C$  προκαλούν πρόβλημα ακρίβειας στον deadbeat έλεγχο, όπως εξηγήσαμε στην παράγραφο 3.2.1. Επιπλέον, μεγάλες τιμές  $C$  αυξάνουν το χρόνο αποκατάστασης του συστήματος και προκαλούν υψηλό ρεύμα  $i_{L_1}$

το οποίο επιβαρύνει τους διακόπτες, ενώ για μεγάλα  $K_p$  μικρές τιμές του  $C$  οδηγούν το σύστημα σε υπεραπόσβεση υψηλής συχνότητας και μεγάλης υπερύψωσης. Μια ενδιάμεση τιμή του  $C$  εξασφαλίζει υποαπόσβεση με μικρό χρόνο αποκατάστασης.

$$C = 50 \mu F \quad (79)$$

3. Μεγάλες τιμές  $K_p$  οδηγούν το σύστημα σε υπεραπόσβεση χωρίς βελτίωση του χρόνου αποκατάστασης, ενώ υπάρχει ένα ελάχιστο κατώφλι πέρα από το οποίο η μείωση του  $K_p$  δεν επηρρεάζει το υποαποσβεννύμενο σύστημα. Τελικά επιλέγουμε

$$K_p = 4 \cdot 10^{-4} \quad (80)$$

4. Το  $K_i$  αποτελεί την πιο χρήσιμη παράμετρο για τη βελτίωση των χαρακτηριστικών του συστήματος και για αυτόν το λόγο σχεδιάζουμε γεωμετρικό τόπο ριζών του συστήματος με μεταβλητό κέρδος  $K_i$ . Αύξηση του  $K_i$  μεταφέρει αριστερά τις ριζές του συστήματος στον κλάδο των ριζών που βρίσκεται στον πραγματικό άξονα του σχήματος 20, αλλά δεξιά στους υπόλοιπους τέσσερις κλάδους. Επειδή τα μηδενικά του συστήματος που φαίνονται στο σχήμα 20 αναιρούν σε ένα βαθμό την επίδραση των μιγαδικών πόλων και επειδή οι μιγαδικοί πόλοι βρίσκονται δεξιότερα του πραγματικού, τελικά κυριαρχεί η θέση του πραγματικού πόλου στη βηματική απόκριση του συστήματος. Μεγάλες τιμές  $K_i$  βελτιώνουν πολύ το χρόνο αποκατάστασης, αλλά αυξάνουν και την υπερύψωση. Μικρές τιμές  $K_i$  οδηγούν το σύστημα σε υποαπόσβεση εις βάρος του χρόνου υπερύψωσης. Τελικά επιλέγουμε

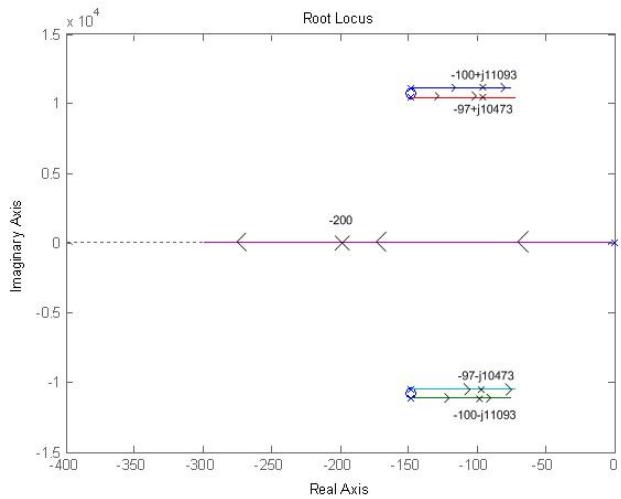
$$K_i = 200 \quad (81)$$

Στο σχήμα 21 φαίνεται ο γεωμετρικός τόπος ριζών για  $S_k = 10S_N$ . Παρατηρούμε ότι η αλλαγή είναι ελάχιστη.

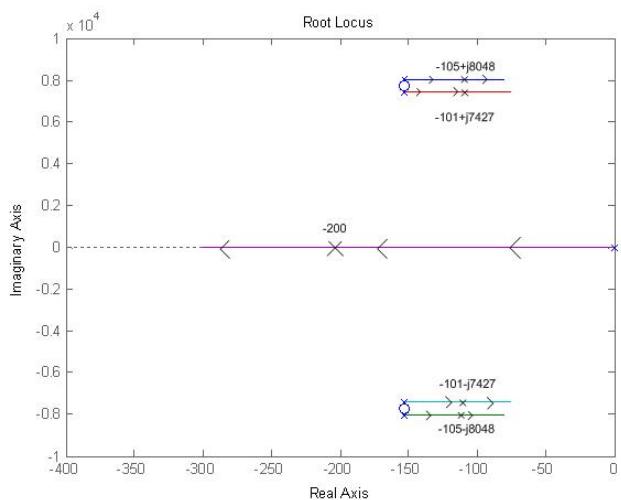
### 3.3.2 Δυναμική απόκριση και ευστάθεια

Στην παράγραφο 3.3.1 χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση 73 για να σχεδιάσουμε το κύκλωμα ελέγχου. Η εξίσωση 73 είναι μια προσέγγιση που δε λαμβάνει υπόψη την επίδραση των όρων  $I_{L2d}^* - I_{L2d}$ ,  $I_{L2q}^* - I_{L2q}$  της εξίσωσης 68 στη μεταβατική κατάσταση. Ωστόσο, θα δείξουμε παρακάτω ότι είναι ικανοποιητικά ακριβής προσέγγιση της οποίας η απλότητα μας επιτρέπει να σχεδιάσουμε ένα ευσταθές σύστημα το οποίο πληρεί τους στόχους της παραγράφου 3.3.1.

Συμβολίζουμε με  $N_{ij}$  τον αριθμητή της συνάρτησης μεταφοράς  $g_{ij}$  της εξίσωσης 63. Επίσης, στις παρακάτω εξισώσεις γίνεται χρήση των εξισώσεων 67. Προκειμένου να λάβουμε υπόψη την επίδραση του ρεύματος  $I_{L2q}$  στη μεταβατική κατάσταση του  $I_{L2d}$  απαλείφουμε το  $I_{L2q}$  από τις εξισώσεις 68. Άρα από τη δεύτερη των εξισώσεων 68 προκύπτει η εξίσωση 82.



Σχήμα 20: Γεωμετρικός τόπος ριζών του συστήματος για  $S_k = 20S_N$ ,  $C=50 \mu\text{F}$ ,  $L_2=10 \mu\text{H}$ ,  $K_p = 4 \cdot 10^{-4}$ .



Σχήμα 21: Γεωμετρικός τόπος ριζών του συστήματος για  $S_k = 10S_N$ .

$$I_{L_2q} = \frac{N_{21}(sK_p + K_i)(I_{L_2d}^* - I_{L_2d}) + N_{22}(sK_p + K_i)I_{L_2q} + sN_{23}V_{cd} + sN_{24}V_{cq}}{sD + (sK_p + K_i)N_{22}} \quad (82)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση 82 στη δεύτερη των εξισώσεων 68 προκύπτει η εξίσωση 83.

$$\begin{aligned} I_{L_2d} &= \frac{N_{11}(sK_p + K_i)}{sD}(I_{L_2d}^* - I_{L_2d}) + \frac{N_{13}}{D}V_{cd} + \frac{N_{14}}{D}V_{cq} \\ &\quad + \frac{N_{12}(sK_p + K_i)}{sD} \left( I_{L_2q}^* - \frac{N_{21}(sK_p + K_i)(I_{L_2d}^* - I_{L_2d}) - N_{22}(sK_p + K_i) - sN_{23}V_{cd} - sN_{24}V_{cq}}{sD + (sK_p + K_i)N_{22}} \right) \end{aligned} \quad (83)$$

Μετά από αρκετή άλγεβρα η εξίσωση 83 με τη βοήθεια της εξίσωσης 67 καταλήγει στην εξίσωση 84.

$$I_{L_2d} = \frac{A_1}{P}I_{L_2d}^* + \frac{A_2}{P}I_{L_2q}^* + \frac{A_3}{P}V_{cd} + \frac{A_4}{P}V_{cq} \quad (84)$$

όπου

$$\begin{aligned} A_1(s) &= N_{11}(sK_p + K_i)(sD + (sK_p + K_i)N_{11}) + N_{12}^2(sK_p + K_i)^2 \\ A_2(s) &= N_{12}(sK_p + K_i)sD \\ A_3(s) &= sN_{13}(sD + N_{11}(sK_p + K_i)) + sN_{14}N_{12}(sK_p + K_i) \\ A_4(s) &= sN_{14}(sD + N_{22}(sK_p + K_i)) - sN_{13}N_{12}(sK_p + K_i) \\ P(s) &= (sD + (sK_p + K_i)N_{11})^2 + N_{12}^2(sK_p + K_i)^2 \end{aligned} \quad (85)$$

Αντίστοιχα μπορούμε να καταλήξουμε στην εξίσωση 86.

$$I_{L_2q} = -\frac{A_2}{P}I_{L_2d}^* + \frac{A_1}{P}I_{L_2q}^* - \frac{A_4}{P}V_{cd} + \frac{A_3}{P}V_{cq} \quad (86)$$

Οι ρίζες του παρονομαστή  $P(s)$  δίνονται στον πίνακα 4 για δύο περιπτώσεις δικτύου.

Από τις εξισώσεις 85 προκύπτουν οι εξισώσεις 87.

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} A_1(s) &= (K_i n_0)^2 + (K_i m_0)^2 \\ \lim_{s \rightarrow 0} A_2(s) &= 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} A_3(s) &= 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} A_4(s) &= 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} P(s) &= (K_i n_0)^2 + (K_i m_0)^2 \end{aligned} \quad (87)$$

$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
-51±j11099	-57±j8052
-148±j11096	-153±j8051
-45±j10470	-49±j7424
-148±j10468	-153±j7423
-200± j0.06	-200± j0.1

Πίνακας 4: Θέσεις πόλων για τις δύο περιπτώσεις  $S_k$

	$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
$T_{set}$ (ms)	21.5	21.5
OS%	1	1

Πίνακας 5: Χρόνος αποκατάστασης και υπερύψωση για τις δύο περιπτώσεις  $S_k$

όπου  $m_0$  ο συντελεστής μηδενικού βαθμού του  $N_{12}$ .

Στα σχήματα 22 έως 25 φαίνεται η βηματική απόκριση του  $I_{L2d}$  ως προς τις τέσσερεις εισόδους της εξίσωσης 84. Από το σχήμα 22 υπολογίζουμε την υπερύψωση και το χρόνο αποκατάστασης για κάθε περίπτωση συστήματος. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 5. Ο κώδικας Matlab που χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των ριζών του συστήματος και τη σχεδίαση της βηματικής απόκρισης δίνεται στην παράγραφο B.2 του παραρτήματος.

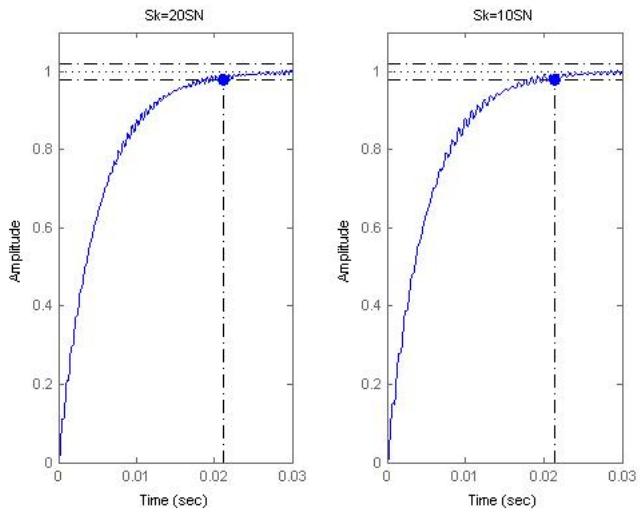
Παρατηρούμε τα εξής:

1. Από τον πίνακα 4 προκύπτει ότι οι ρίζες του συστήματος για τις τιμές παραμέτρων που ορίσαμε στην παράγραφο 3.3.1 βρίσκονται στο αριστερό ημιεπίπεδο άρα το σύστημα είναι ευσταθές και στις δύο περιπτώσεις δικτύου.
2. Οι συντελεστές του πολυωνύμου  $(sK_p + K_i)N_{12}$  είναι δύο τάξεις μεγέθους μικρότεροι από τους συντελεστές του πολυωνύμου  $sD + (sK_p + K_i)N_{11}$ . Άρα από την εξίσωση 85 προκύπτει η εξίσωση 88.

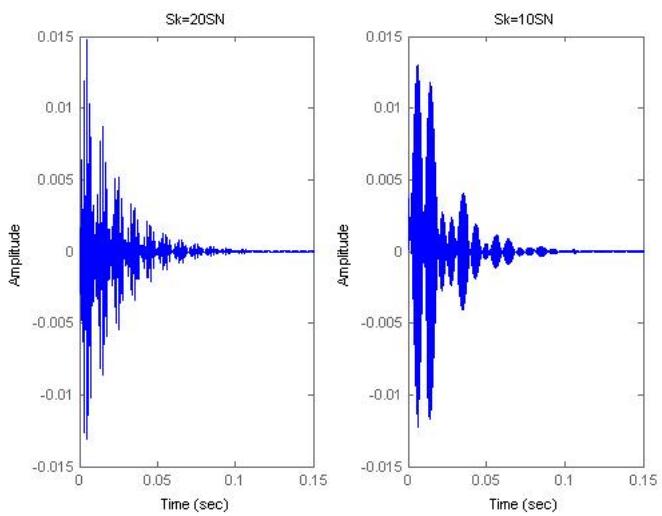
$$P(s) \simeq (sD + (sK_p + K_i)N_{11})^2 \quad (88)$$

Συγκρίνοντας την εξίσωση 88 με την εξίσωση 73 συμπεραίνουμε ότι οι παρονομαστές των συναρτήσεων μεταφοράς έχουν τους ίδιους περίπου πόλους, άρα καλώς χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση 73 για τη μελέτη της ευστάθειας του συστήματος. Αυτό επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι ο παρονομαστής της εξίσωσης 73 είναι πέμπτου βαθμού, άρα πολύ απλούστερος από τον παρονομαστή  $P(s)$  ο οποίος είναι δέκατου βαθμού.

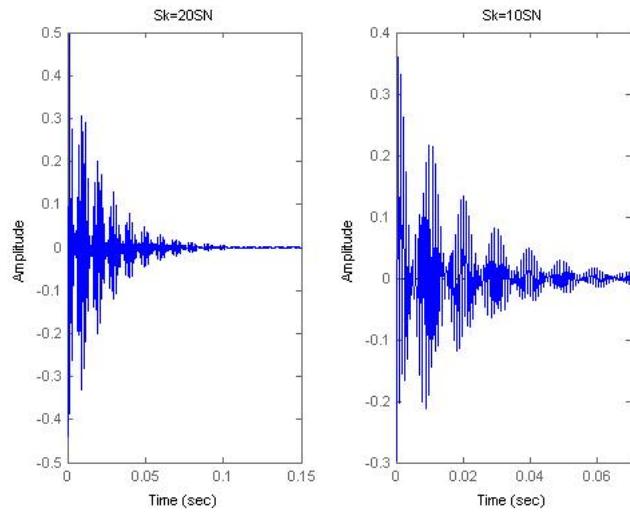
3. Η ευστάθεια του συστήματος επηρρεάζεται ελάχιστα από τα χαρακτηριστικά του δικτύου αφού το πραγματικό μέρος των ριζών του πίνακα 4 διαφέρει ελάχιστα για τις δύο περιπτώσεις δικτύου.



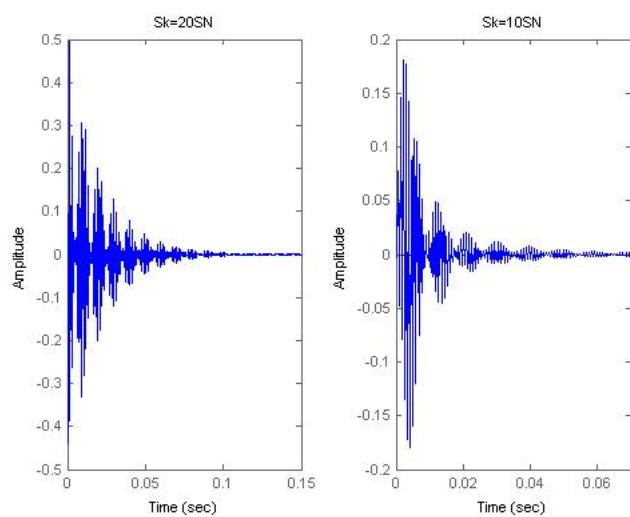
Σχήμα 22: Βηματική απόκριση του  $I_{L2d}$  σε είσοδο  $I_{L2d}^*$  για δύο περιπτώσεις δικτύου. Από το σχήμα υπολογίζουμε εποπτικά το  $T_{set}$  και το OS%



Σχήμα 23: Βηματική απόκριση του  $I_{L2d}$  σε είσοδο  $I_{L2q}^*$  για δύο περιπτώσεις δικτύου.



Σχήμα 24: Βηματική απόκριση του  $I_{L2d}$  σε είσοδο  $V_{cd}$  για δύο περιπτώσεις δικτύου.



Σχήμα 25: Βηματική απόκριση του  $I_{L2d}$  σε είσοδο  $V_{cq}$  για δύο περιπτώσεις δικτύου.

$f_{osc}$ (Hz)			
Θεωρητική		Προσομοίωση	
$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$	$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
1766	1281	1750	1300
1666	1181	1650	1150

Πίνακας 6: Συχνότητες μεταβατικής ταλάντωσης για διάφορες τιμές  $S_k$

4. Από τις ρίζες του πίνακα 4 φαίνεται ότι το σύστημα θα ταλαντωθεί σε ψηλές συχνότητες  $f_{osc}$  μέχρι να φτάσει στη σταθερή κατάσταση. Οι συχνότητες αυτές προκύπτουν από το φανταστικό μέρος των ριζών του συστήματος και φαίνονται στον πίνακα 6.
5. Στα σχήματα 27, 29, 31, 33 φαίνεται το φασματικό περιεχόμενο των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης. Αν και υπάρχουν δύο κυρίαρχες συχνότητες για κάθε περίπτωση δικτύου, η μεταβατική ταλάντωση κατανέμεται σε μια περιοχή συχνοτήτων. Οι κυρίαρχες συχνότητες μεταβατικής ταλάντωσης για τις δύο περιπτώσεις δικτύου παρουσιάζονται στην τρίτη και τέταρτη στήλη του πίνακα 6 και συμπίπτουν με τις προβλέψεις των συναρτήσεων μεταφοράς.
6. Υπό συνθήκες συμμετρικού δικτύου και εφόσον ο ελεγκτής ισχύος τροφοδοτεί το υπόλοιπο σύστημα με dc σήματα  $I_{L_2,d/q}^*$  οι είσοδοι της εξίσωσης 85 είναι της μορφής  $\frac{1}{s}$ . Δεδομένου ότι οι ρίζες του  $P(s)$  έχουν αρνητικό πραγματικό μέρος, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την ιδιότητα 69 και τις εξισώσεις 87 για να καταλήξουμε στην εξίσωση 86.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i_{L_2d} = i_{L_2d}^* \quad (89)$$

Άρα ο PI έλεγχος παράγει έξοδο με μηδενικό σφάλμα μόνιμης κατάστασης, στην οποία δεν επιδρά η τάση δικτύου  $v_c$ .

7. Από τον πίνακα 6 παρατηρούμε ότι το δίκτυο επηρεάζει τη συχνότητα των μεταβατικών ταλαντώσεων. Αυξημένη ισχύς βραχυκύλωσης συνεπάγεται αυξημένη συχνότητα μεταβατικών ταλαντώσεων.
8. Από τα σχήματα 22 έως 25 παρατηρούμε ότι πράγματι η απόκριση μηδενίζεται για όλες τις εισόδους εκτός από το σήμα ελέγχου  $I_{L_2d}^*$ . Επίσης, οι μεταβατικές ταλαντώσεις οφείλονται ελάχιστα στο σήμα ελέγχου  $I_{L_2q}^*$  αλλά κυρίως στις τάσεις  $V_{cd}, V_{cq}$ . Το πλάτος και η διάρκεια των μεταβατικών ταλαντώσεων εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του δικτύου. Συγκεκριμένα, υψηλότερη ισχύς βραχυκύλωσης προκαλεί μεγαλύτερο πλάτος ταλαντώσεων για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Πάντως, το πλάτος των μεταβατικών ταλαντώσεων δεν είναι μεγάλο, οπότε δεν προκαλεί προβλήματα υπερρεύματος.

9. Από τον πίνακα 5 προκύπτει ότι έχουμε επιτύχει τους στόχους που θέσαμε στην παράγραφο 3.3.1, τόσο ως προς το χρόνο αποκατάστασης όσο και ως προς την υπερύψωση.

### 3.4 Διαγράμματα Bode και $L_1$

Προδιαγράφουμε ότι η συχνότητα συντονισμού του φίλτρου LCL θα είναι

$$f_{res} = 1850 \text{ Hz} \quad (90)$$

Η συχνότητα συντονισμού είναι 8.15 kHz μακριά από τη διακοπτική συχνότητα με αποτέλεσμα να φιλτράρονται έντονα οι διακοπτικές αρμονικές, όπως φαίνεται από τα διαγράμματα Bode της παρούσας παραγράφου.

Αν θεωρήσουμε ότι τα μεγέθη του σχήματος 2 είναι συμμετρικά θετικής ακολουθίας μεγέθη (το οποίο συνεπάγεται από την εξισωση 11 ότι  $v_n = 0$ , οπότε μπορούμε να αναλύσουμε το κύκλωμα του σχήματος 2 ανά φάση, όπως φαίνεται στο σχήμα 36), τότε μπορούμε να εξαγάγουμε τις εξισώσεις 91

$$\begin{aligned} \frac{I_{L_2}}{V_a} &= \frac{1}{R + s(L_1 + L) + s^2 RL_1 C + s^3 L_1 LC} \\ \frac{I_{L_1}}{V_a} &= \frac{1 + sCR + s^2 LC}{R + s(L_1 + L) + s^2 RL_1 C + s^3 L_1 LC} \\ \frac{I_C}{V_a} &= \frac{sRC + s^2 LC}{R + s(L_1 + L) + s^2 RL_1 C + s^3 L_1 LC} \\ \frac{V_b}{V_a} &= \frac{R + sL}{R + s(L_1 + L) + s^2 RL_1 C + s^3 L_1 LC} \end{aligned} \quad (91)$$

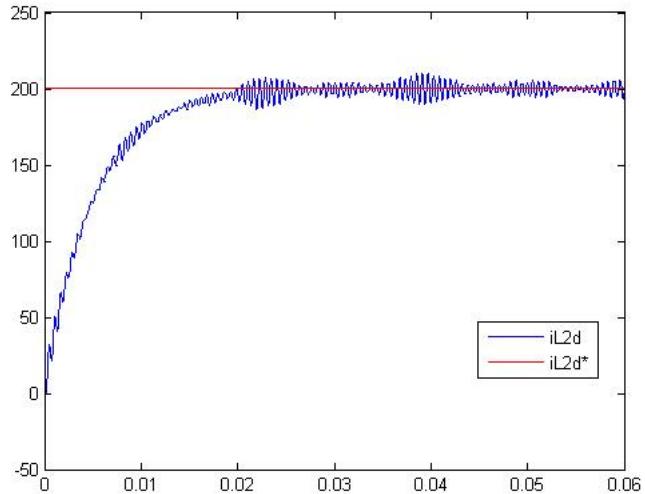
και τις αποκρίσεις συχνότητας αν θέσουμε  $s=j\omega$  στις παραπάνω εξισώσεις. Σημειώνουμε ότι  $R = R_s$ ,  $L = L_2 + L_s$  και τα ηλεκτρικά μεγέθη αποτελούν Laplace μετασχηματισμούς των μεγεθών του σχήματος 2. Σημειώνουμε ότι τις εξισώσεις απόκρισης συχνότητας που προκύπτουν από τις 91 μπορούμε, εκτός από το ανά φάση κύκλωμα του σχήματος 36 να τις εξαγάγουμε και με εξισώσεις κατάστασης μετασχηματισμένες στον dq άξονα.

Από τις 91, το μέτρο της απόκρισης συχνότητας για το ρεύμα  $I_{L_2}$  είναι

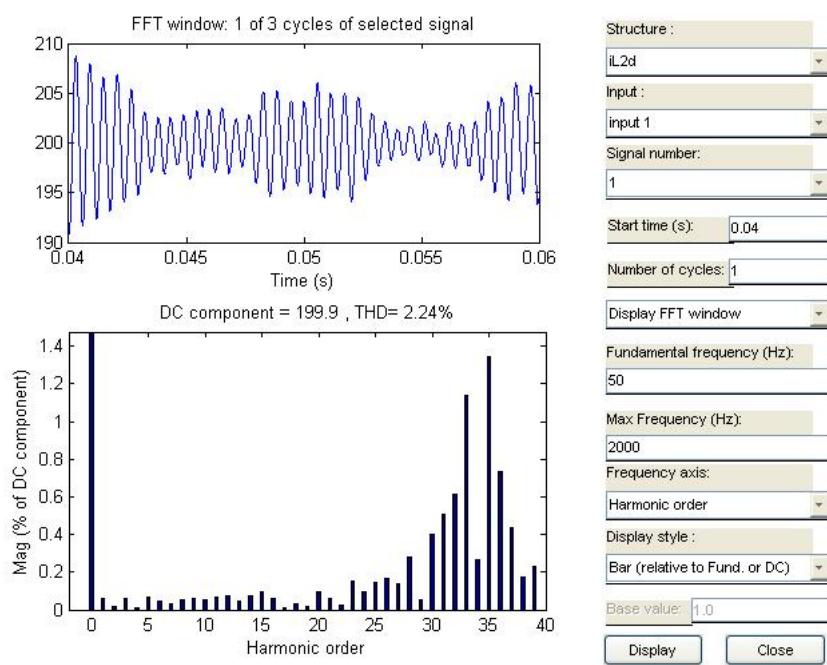
$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(R - \omega^2 RL_1 C)^2 + (\omega(L_1 + L) - \omega^3 L_1 LC)^2}} \quad (92)$$

Για να υπολογίσουμε τη συχνότητα συντονισμού παραγωγίζουμε

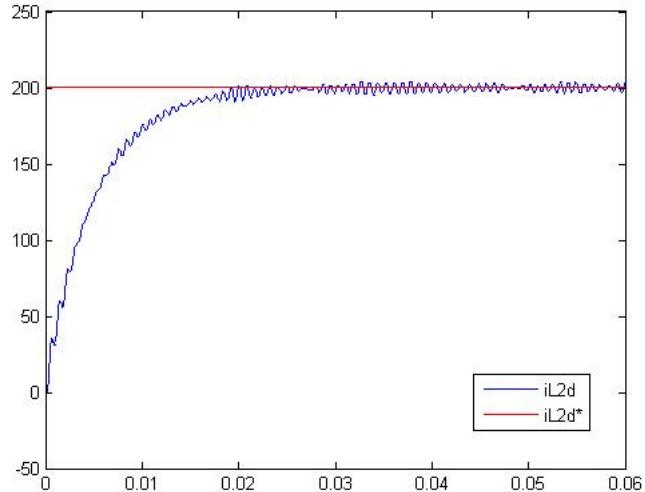
$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} |H(\omega)| &= 0 \\ \Rightarrow AL_1^2 + BL_1 + C &= 0 \end{aligned} \quad (93)$$



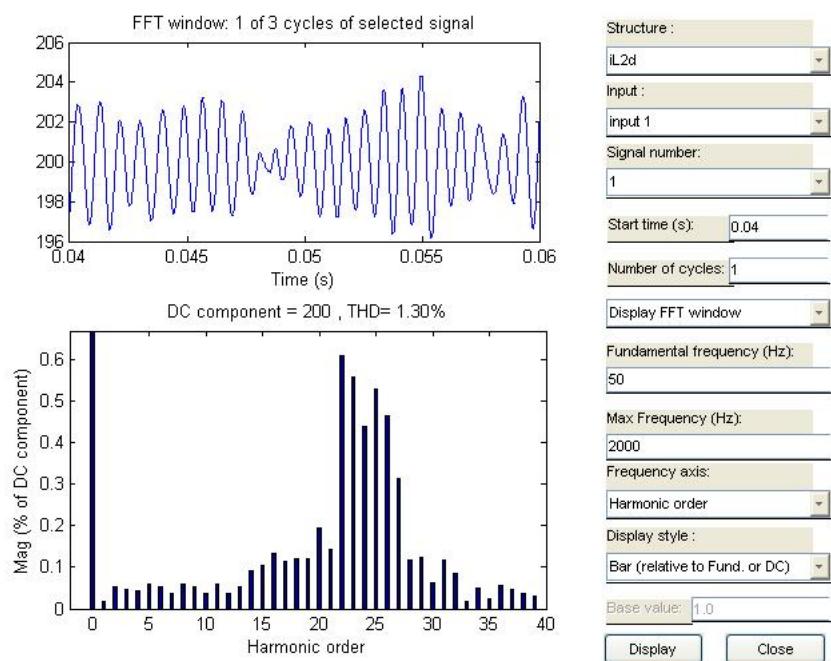
Σχήμα 26: Βηματική απόκριση για  $i_{L2d}^* = 200$  A και  $S_k = 20S_N$



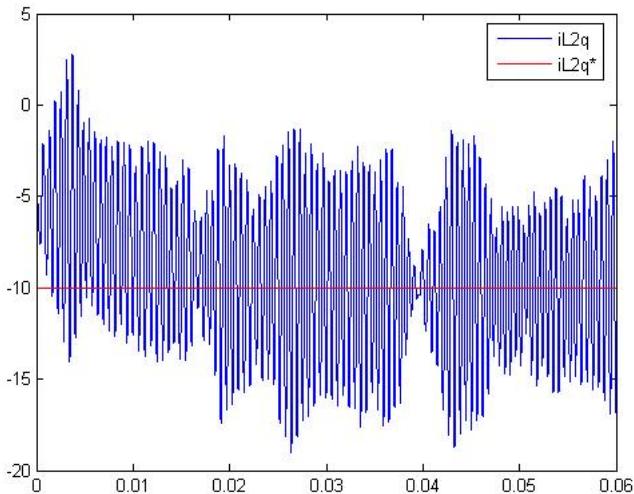
Σχήμα 27: Το φάσμα του  $i_{L2d}$  στη μεταβατική κατάσταση για  $S_k = 20S_N$



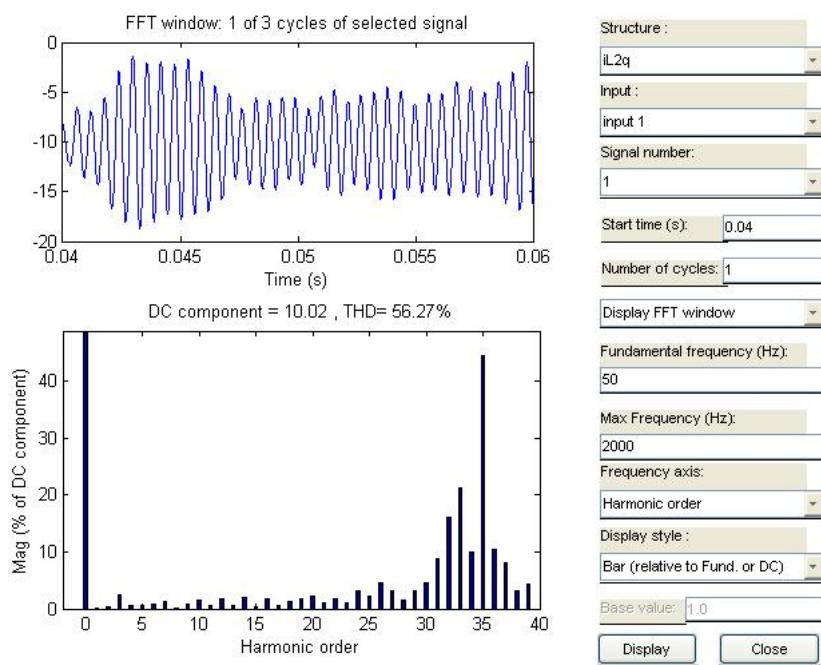
Σχήμα 28: Βηματική απόχριση για  $i_{L_2d}^* = 200$  A και  $S_k = 10S_N$



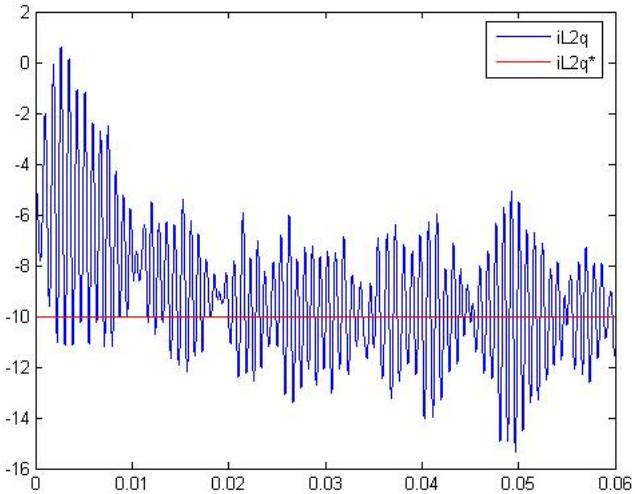
Σχήμα 29: Το φάσμα του  $i_{L_2d}^*$  στη μεταβατική κατάσταση για  $S_k = 10S_N$



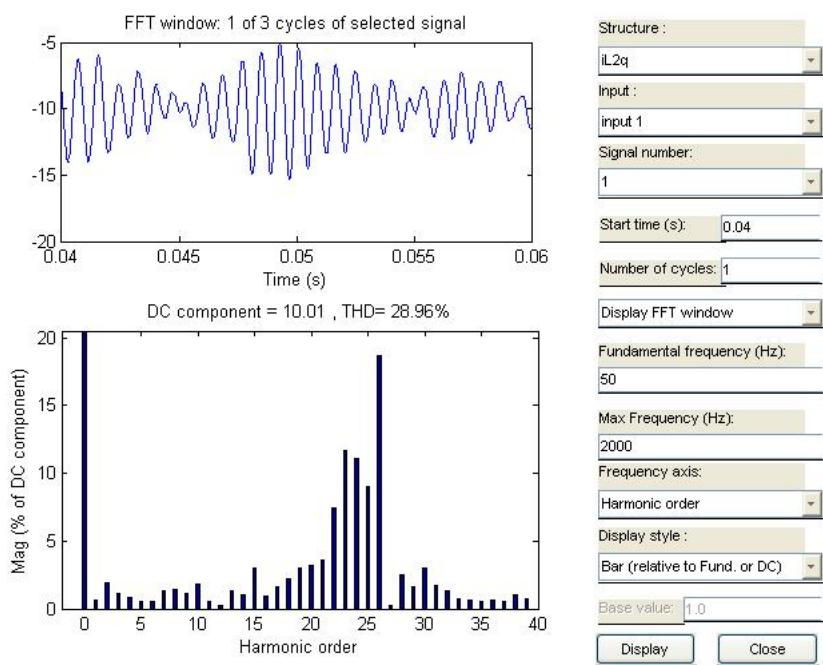
Σχήμα 30: Βηματική απόκριση για  $i_{L2q}^* = -10$  A και  $S_k = 20S_N$



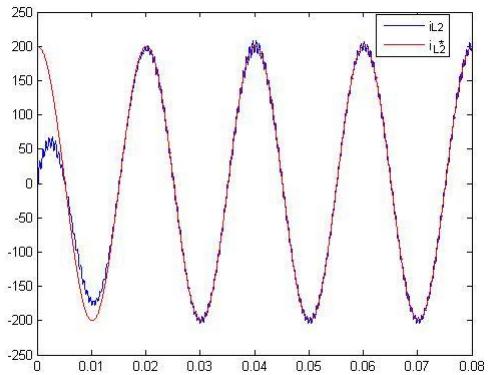
Σχήμα 31: Το φάσμα του  $i_{L2q}$  στη μεταβατική κατάσταση για  $S_k = 20S_N$



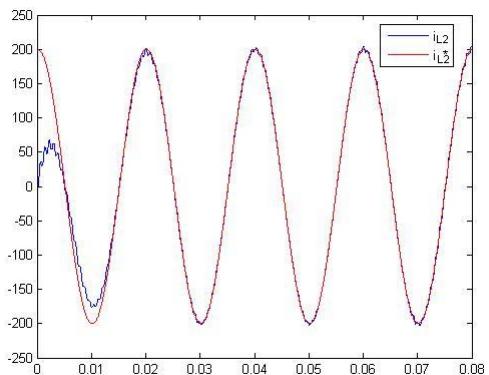
Σχήμα 32: Βηματική απόκριση για  $i_{L2q}^* = -10$  A και  $S_k = 10S_N$



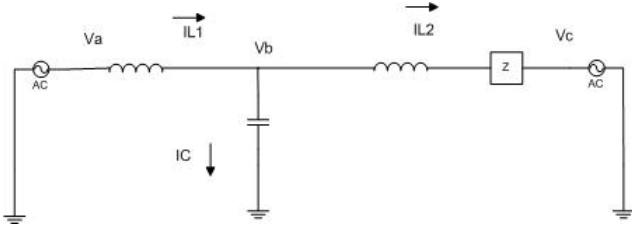
Σχήμα 33: Το φάσμα του  $i_{L2q}$  στη μεταβατική κατάσταση για  $S_k = 10S_N$



Σχήμα 34: Μεταβατική κατάσταση ρεύματος  $i_{L_2}$  για  $S_k = 20S_N$



Σχήμα 35: Μεταβατική κατάσταση ρεύματος  $i_{L_2}$  για  $S_k = 10S_N$



Σχήμα 36: Το ανά φάση ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 2 που ισχύει για συμμετρικά μεγέθη θετικής ακολουθίας και το οποίο χρησιμοποιείται για την εξαγωγή των διαγραμμάτων Bode.

όπου

$$\begin{aligned} A &= 6\omega_{res}^5(LC)^2 + 4\omega_{res}^3(RC)^2 - 8\omega_{res}^3LC + 2\omega_{res} \\ B &= -8\omega^3L^2C + 4\omega_{res}L - 4\omega_{res}R^2C \\ C &= 2L^2\omega_{res} \end{aligned} \quad (94)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση 90 και τις τιμές των υπολοίπων παραμέτρων, όπως έχουν καθοριστεί στην παράγραφο 3.3 λύνουμε το παραπάνω τριώνυμο ως προς  $L_1$  για δίκτυο  $S_k = 20S_N$ . Τελικά προκύπτει

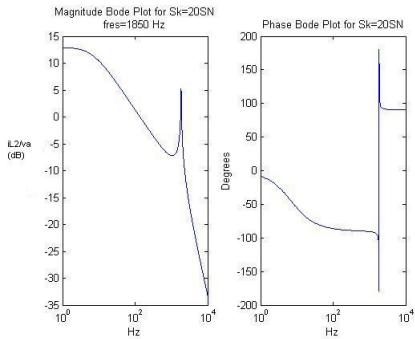
$$L_1 = 1.1 \text{ mH} \quad (95)$$

(Η δεύτερη λύση που προκύπτει από το τριώνυμο  $L_1 = 100 \mu\text{H}$  αντιστοιχεί σε ελάχιστο του διαγράμματος Bode).

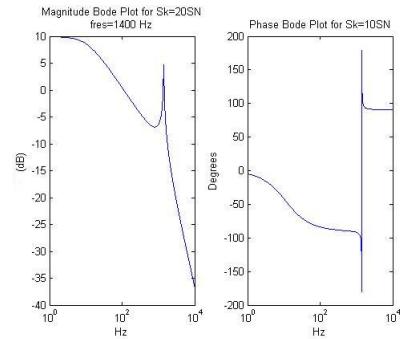
Τα Bode διαγράμματα των σχημάτων 37 έως 44 αντιστοιχούν στις εξισώσεις 91 και σε δύο περιπτώσεις δικτύων. Συμπεραίνουμε ότι η συχνότητα συντονισμού μετατίθεται περίπου στα 1400 Hz για  $S_k = 10S_N$  και ότι η συχνότητα αυτή είναι κοινή για όλα τα ηλεκτρικά μεγέθη. Αυτό οφείλεται στον κοινό παρονομαστή των εξισώσεων 91. Επιπλέον, το σύστημα αποδέννει ικανοποιητικά τις διακοπικές συχνότητες. Το ρεύμα  $I_{L2}$ , έχει κέρδος -33.6 dB στα 10 kHz. Ο κώδικας Matlab που χρησιμοποιήθηκε για τη λύση του παραπάνω τριώνυμου, την επιλογή του  $L_1$  και τη σχεδίαση των διαγραμμάτων Bode παρουσιάζεται στην παράγραφο B.3 του παραρτήματος.

### 3.5 Γραμμική περιοχή και $V_{dc}$

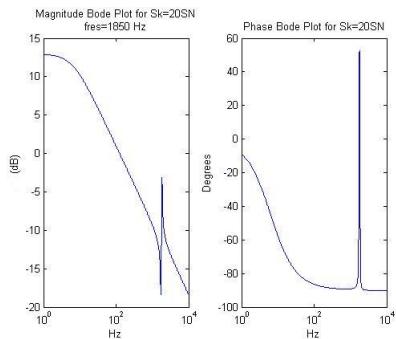
Προδιαγράφουμε ότι το κύκλωμα δε θα οδηγείται σε υπερδιαμόρφωση κατά τη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας και για ονομαστικό ρεύμα. Όπως εξηγούμε στην παράγραφο 2.3.3, η μέγιστη μέση τάση που μπορεί να παράγει το κύκλωμα σε μια διακοπική περίοδο είναι  $\frac{V_{dc}}{2}$ . Η τάση αυτή πρέπει να είναι μικρότερη από το πλάτος της τάσης  $v_a$  σε μόνιμη κατάσταση λειτουργίας υπό συντελεστή ισχύος 0.95 επαγγελματικό έως 0.95 χωρητικό. Η περιοχή τιμών συντελεστή ισχύος 0.95 επαγγελματικό



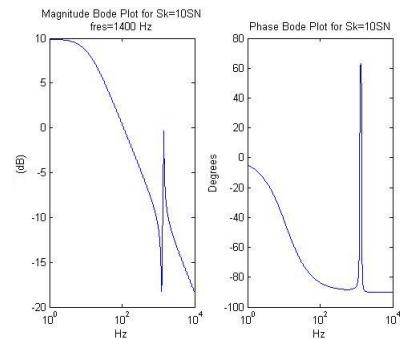
**Σχήμα 37:** Διαγράμματα Bode του  $\frac{I_{L_2}}{V_a}$  για  $S_k = 20S_N$



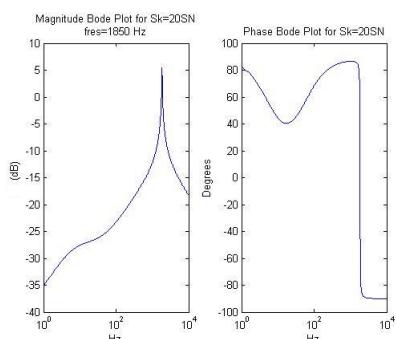
**Σχήμα 38:** Διαγράμματα Bode του  $\frac{I_{L_2}}{V_a}$  για  $S_k = 10S_N$



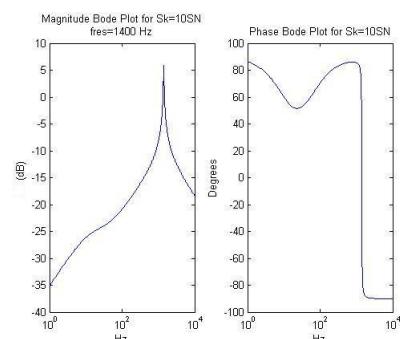
**Σχήμα 39:** Διαγράμματα Bode του  $\frac{I_{L_1}}{V_a}$  για  $S_k = 20S_N$



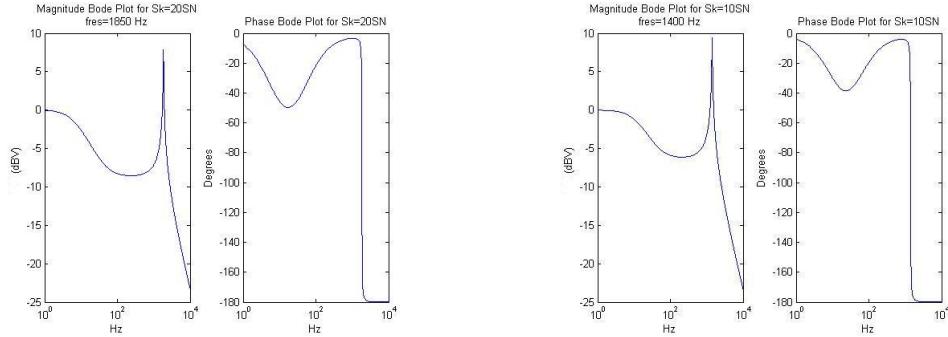
**Σχήμα 40:** Διαγράμματα Bode του  $\frac{I_{L_1}}{V_a}$  για  $S_k = 10S_N$



**Σχήμα 41:** Διαγράμματα Bode του  $\frac{I_C}{V_a}$  για  $S_k = 20S_N$

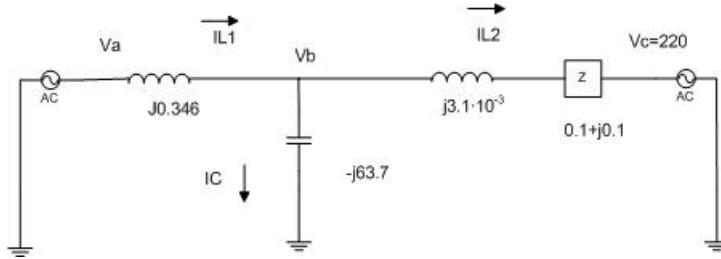


**Σχήμα 42:** Διαγράμματα Bode του  $\frac{I_C}{V_a}$  για  $S_k = 10S_N$



Σχήμα 43: Διαγράμματα Bode του  $\frac{V_b}{V_a}$  για  $S_k = 20S_N$

Σχήμα 44: Διαγράμματα Bode του  $\frac{V_b}{V_a}$  για  $S_k = 10S_N$



Σχήμα 45: Το ανά φάση ισοδύναμο του κυκλώματος του σχήματος 2 για  $S_k = 10S_N$ . Τα ηλεκτρικά μεγέθη του σχήματος είναι φάσορες των αντίστοιχων ημιτονοειδών μεγεθών.

έως 0.95 χωρητικό προδιαγράφεται ως μια τυπική περιοχή τιμών για διανεμημένους παραγωγούς [12]. Θεωρούμε περίπτωση ασθενούς δικτύου  $S_k = 10S_N$  ως τη χειρότερη περίπτωση (αφού συνεπάγεται υψηλότερη πτώση τάσης και άρα απαίτηση για υψηλότερο  $V_{dc}$ ) και λύνουμε το ανά φάση ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 45 για  $\lambda=0.95$  επαγωγικό, 1 και 0.95 χωρητικό. Τα διανυσματικά διαγράμματα για κάθε περίπτωση φαίνονται στα σχήματα 46, 47, 48. Οι τιμές των μεγεθών που φαίνονται στα διαγράμματα είναι rms. Η απαιτούμενη dc τάση προκειμένου το κύκλωμα να λειτουργεί υπό κανονική διαμόρφωση δίνεται από τη σχέση 96.

$$V_{dc} \geq 2\hat{v}_a \quad (96)$$

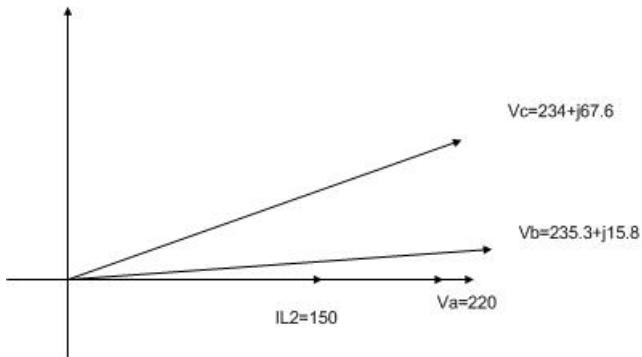
όπου  $\hat{v}_a$  είναι το πλάτος της τάσης  $v_a$ . Από τα διανυσματικά διαγράμματα φαίνεται ότι η πιο απαιτητική κατάσταση ως προς την dc τάση προκύπτει για επαγωγικό συντελεστή ισχύος, όπου  $\hat{v}_a = \sqrt{2} \cdot 247.4 = 350 V$ . Από την 96 προκύπτει

$$V_{dc} \geq 700 V \quad (97)$$

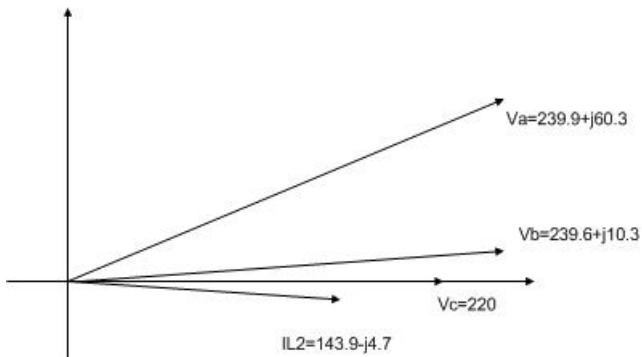
Τελικά θέτουμε

$$V_{dc} = 750 V \quad (98)$$

Στο σχήμα 49 φαίνεται ότι το κύκλωμα λειτουργεί στα όρια της γραμμικής περιοχής στη σταθερή κατάσταση για  $S_k = 10S_N$  και  $\lambda=0.95$  επαγωγικό.



Σχήμα 46: Διανυσματικό διάγραμμα για  $S_k = 10S_N$  και συντελεστή ισχύος  $\lambda=1$ .



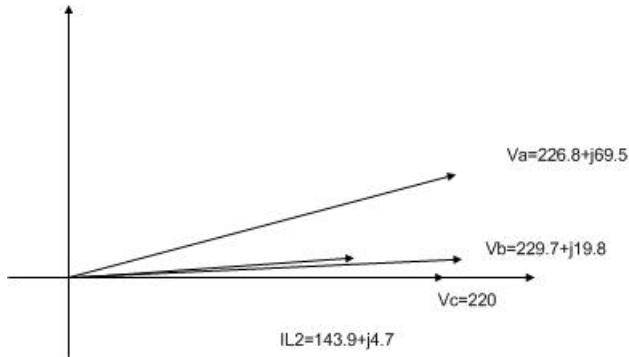
Σχήμα 47: Διανυσματικό διάγραμμα για  $S_k = 10S_N$  και συντελεστή ισχύος  $\lambda=0.95$  επαγωγικό.

Σημειώνουμε ότι η εν λόγω εργασία βασίζεται στην παραδοχή ότι η τάση  $V_{dc}$  παραμένει σταθερή. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί αν παράλληλα στην πηγή dc τάσης συνδεθεί οψηλής χωρητικότητας πυκνωτής, ενώ η κυμάτωση της dc τάσης μπορεί να αντισταθμιστεί από κατάλληλο αλγόριθμο διαμόρφωσης εύρους παλμών [1].

### 3.6 Ατέλειες δικτύου

#### 3.6.1 Προδιαγραφές αρμονικής παραμόρφωσης

Βάσει των προδιαγραφών του [12] ορίζονται οι συνθήκες που πρέπει να πληρεί το ρεύμα εξόδου του αντιστροφέα σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας. Το ονομαστικό



Σχήμα 48: Διανυσματικό διάγραμμα για  $S_k = 10S_N$  και συντελεστή ισχύος  $\lambda=0.95$  χωρητικό.

Τάξη h	$L_h$ (A/MVA)	$I_h$ (A)	
		$S_k = 2MVA$	$S_k = 1MVA$
5	2.6	5.2	2.6
7	1.6	3.2	1.6
11	1	2.0	1.0
13	0.7	1.4	0.7
17	0.4	0.8	0.4
19	0.25	0.5	0.3
23	0.2	0.4	0.2
25	0.18	0.4	0.2
h άρτιο ή h=3k ή h ≥ 25	$\frac{\sqrt{2}}{2h}$		

Πίνακας 7: Πίνακας ανηγμένου ορίου αρμονικών ρεύματος και ορίου αρμονικών ρεύματος σε συνάρτηση με την ισχύ βραχυκύλωσης

ρεύμα του αντιστροφέα είναι

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{V_N}} = 150 A \quad (99)$$

άρα για αρμονικές  $h \leq 40$  πρέπει

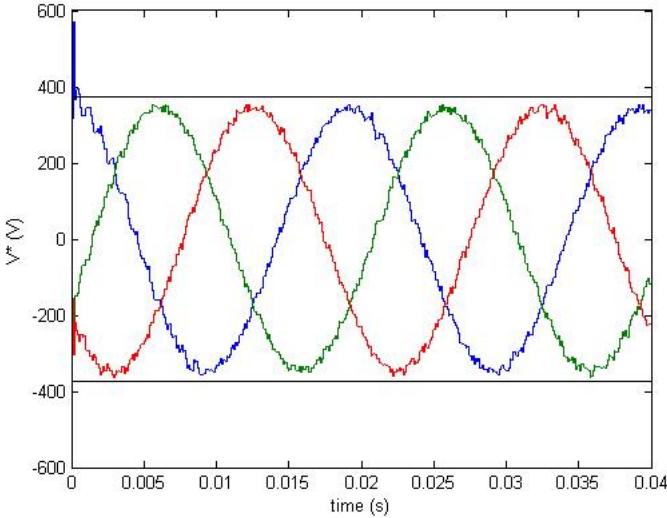
$$I_h \leq \frac{\sqrt{2}L_h}{2} \frac{S_k}{\sin\psi_k} \quad (100)$$

όπου  $L_h$  το ανηγμένο όριο εκπομπών αρμονικών ρεύματος (δίνεται στον πίνακα 7)

$S_k$  η ισχύς βραχυκύλωσης του δικτύου (λαμβάνουμε δύο περιπτώσεις,  $20S_N$  και  $10S_N$ )

$\psi_k = \frac{\pi}{4}$  η γωνία σύνθετης αντίστασης του δικτύου.

$I_h$  τα όρια των rms τιμών των αρμονικών ρευμάτων.



Σχήμα 49: Οι εντολές τάσης  $v_i^*$ , ( $i=1,2,3$ ) για  $S_k = 10S_N$  και  $\lambda=0.95$  επαγωγικό περιορίζονται εντός της περιοχής  $(-\frac{V_{dc}}{2}, \frac{V_{dc}}{2})$ .

Παρατηρούμε ότι δίκτυα με μεγαλύτερες ισχείς βραχυκύκλωσης είναι πιο ανθεκτικά στις αρμονικές ρεύματος. Για αρμονικές τάξης  $h > 40$  (το σύστημα ελέγχου παράγει αρμονικές  $200n$ , όπου  $n$  ακέραιος) πρέπει η αρμονική παραμόρφωση του δικτύου να είναι

$$\frac{U_h}{V_N} \leq 0.2\% \Rightarrow U_h \leq 0.76V \quad (101)$$

Οι προδιαγραφές του [12] ορίζουν τα επίπεδα συμβατότητας αρμονικών τάσης δικτύων χαμηλής τάσης βάσει του πίνακα 8. Οι τιμές του πίνακα 8 θα χρησιμοποιηθούν σα διαταραχή κατά την ανάλυση της παραγράφου 3.6.2. Σημειώνουμε ότι οι τάσεις  $V_h$  του πίνακα 8 αναφέρονται σε rms τιμές πολικών τάσεων.

### 3.6.2 Αρμονικές τάσης εισόδου

Προκειμένου να μελετήσουμε την επίδραση των αρμονικών τάσης δικτύου στο ρεύμα εξόδου θεωρούμε συμμετρικές αρμονικές τάσης στο σημείο κοινής σύνδεσης χωρίς ομοπολική συνιστώσα. Θα μετασχηματίσουμε τις συναρτήσεις μεταφοράς 64 στο ακίνητο πλαίσιο 123 ώστε να διαπιστώσουμε την επίδραση των παραμέτρων σχεδίασης στην καταστολή των αρμονικών ρεύματος εξόδου που προκύπτουν από τις αρμονικές τάσης δικτύου.

Εφαρμόζοντας τις ταυτότητες της εξίσωσης 102

Περιττές $\neq 3k$			Περιττές $= 3k$			'Αρτιες		
h	$V_h (\% V_N)$	$V_h (V)$	h	$V_h (\% V_N)$	$V_h (V)$	h	$V_h (\% V_N)$	$V_h (V)$
5	6	22.8	3	5	19	2	2	7.6
7	5	19	9	5.7	4	2	1	2.2
11	3.5	13.3	15	0.3	1.1	6	0.5	1.9
13	3	11.4	21	0.2	0.8	8	0.5	1.9
17	2	7.6	> 21	0.2	0.8	10	0.5	1.9
19	1.5	5.7				12	0.2	0.8
23	1.5	5.7				> 12	0.2	0.8
25	1.5	5.7						
> 25	$0.2 + 1.3 \frac{25}{h}$							

Πίνακας 8: Επίπεδα συμβατότητας αρμονικών τάσης δικτύων χαμηλής τάσης

$$\begin{aligned} \cos(a) &= \frac{e^{ja} + e^{-ja}}{2} \\ \sin(a) &= \frac{e^{ja} - e^{-ja}}{2j} \end{aligned} \quad (102)$$

στον αντίστροφο μετασχηματισμό Park της εξίσωσης 30 μπορεί να γραφεί

$$\begin{pmatrix} i_{L_21}(t) \\ i_{L_22}(t) \\ i_{L_23}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} & -\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2} & -\frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} - e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2j} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}}{2} & -\frac{e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})} - e^{-j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}}{2j} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{L_2d}(t) \\ i_{L_2q}(t) \\ i_{L_20}(t) \end{pmatrix} \quad (103)$$

Σημειώνουμε ότι στην παρούσα παράγραφο

$$\omega = 2\pi f_g = 100\pi \frac{rad}{s} \quad (104)$$

Για το μετασχηματισμό Laplace ισχύει η παρακάτω ιδιότητα:

$$\mathcal{L}\{e^{j\omega t f(t)}\} = F(s - j\omega) \quad (105)$$

Εφαρμόζοντας την ιδιότητα 105 στην εξίσωση 103 προκύπτει

$$\begin{pmatrix} I_{L_21}(s) \\ I_{L_22}(s) \\ I_{L_23}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{I_{L_2d}(s-j\omega)+I_{L_2d}(s+j\omega)}{2} - \frac{I_{L_2q}(s-j\omega)-I_{L_2q}(s+j\omega)}{2j} \\ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s-j\omega)+e^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s+j\omega)}{2} - \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s-j\omega)-e^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s+j\omega)}{2j} \\ \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s-j\omega)+e^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s+j\omega)}{2} - \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s-j\omega)-e^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s+j\omega)}{2j} \end{pmatrix} \\
= \begin{pmatrix} \frac{I_{L_2d}(s-j\omega)+I_{L_2d}(s+j\omega)+jI_{L_2q}(s-j\omega)-jI_{L_2q}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s-j\omega)+e^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s+j\omega)+je^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s-j\omega)-je^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s-j\omega)+e^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2d}(s+j\omega)+je^{j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s-j\omega)-je^{-j\frac{2\pi}{3}}I_{L_2q}(s+j\omega)}{2} \end{pmatrix} \quad (106)$$

Αντίστοιχα προκύπτει ο μετασχηματισμός Laplace των τάσεων για μηδενική ομοπολική συγνιστώσα.

$$\begin{pmatrix} V_{c1}(s) \\ V_{c2}(s) \\ V_{c3}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_{cd}(s-j\omega)+V_{cd}(s+j\omega)+jV_{cq}(s-j\omega)-jV_{cq}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s-j\omega)+e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s+j\omega)+je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s-j\omega)-je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s-j\omega)+e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s+j\omega)+je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s-j\omega)-je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s+j\omega)}{2} \end{pmatrix} \quad (107)$$

Από τις εξισώσεις 84, 86 προκύπτουν οι παρακάτω συναρτήσεις μεταφοράς στο σύγχρονα στρεφόμενο πλαίσιο.

$$\begin{pmatrix} I_{L_2d}(s) \\ I_{L_2q}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{A_3(s)}{P(s)} & \frac{A_4(s)}{P(s)} \\ -\frac{A_4(s)}{P(s)} & \frac{A_3(s)}{P(s)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{cd}(s) \\ V_{cq}(s) \end{pmatrix} \quad (108)$$

όπου τα πολυώνυμα  $A_3(s)$ ,  $A_4(s)$ ,  $P(s)$  δίνονται από τις εξισώσεις 85. Στις παρακάτω εξισώσεις θέτουμε

$$g_a(s) = \frac{A_3(s)}{P(s)} \quad (109)$$

και

$$g_b(s) = \frac{A_4(s)}{P(s)} \quad (110)$$

Από την 106 και την 108

$$\begin{pmatrix} I_{L_21}(s) \\ I_{L_22}(s) \\ I_{L_23}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_a(s - j\omega)V_{cd}(s - j\omega) + g_b(s - j\omega)V_{cq}(s - j\omega) \\ e^{-j\frac{2\pi}{3}}g_a(s - j\omega)V_{cd}(s - j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}g_b(s - j\omega)V_{cq}(s - j\omega) \\ e^{j\frac{2\pi}{3}}g_a(s - j\omega)V_{cd}(s - j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}g_b(s - j\omega)V_{cq}(s - j\omega) \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} -jg_b(s - j\omega)V_{cd}(s - j\omega) + jg_a(s - j\omega)V_{cq}(s - j\omega) \\ -je^{-j\frac{2\pi}{3}}g_b(s - j\omega)V_{cd}(s - j\omega) + je^{-j\frac{2\pi}{3}}g_a(s - j\omega)V_{cq}(s - j\omega) \\ -je^{j\frac{2\pi}{3}}g_b(s - j\omega)V_{cd}(s - j\omega) + je^{j\frac{2\pi}{3}}g_a(s - j\omega)V_{cq}(s - j\omega) \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} g_a(s + j\omega)V_{cd}(s + j\omega) + g_b(s + j\omega)V_{cq}(s + j\omega) \\ e^{j\frac{2\pi}{3}}g_a(s + j\omega)V_{cd}(s + j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}g_b(s + j\omega)V_{cq}(s + j\omega) \\ e^{-j\frac{2\pi}{3}}g_a(s + j\omega)V_{cd}(s + j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}g_b(s + j\omega)V_{cq}(s + j\omega) \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} jg_b(s + j\omega)V_{cd}(s + j\omega) - jg_a(s + j\omega)V_{cq}(s + j\omega) \\ je^{j\frac{2\pi}{3}}g_b(s + j\omega)V_{cd}(s + j\omega) - je^{j\frac{2\pi}{3}}g_a(s + j\omega)V_{cq}(s + j\omega) \\ je^{-j\frac{2\pi}{3}}g_b(s + j\omega)V_{cd}(s + j\omega) - je^{-j\frac{2\pi}{3}}g_a(s + j\omega)V_{cq}(s + j\omega) \end{pmatrix} \tag{111}$$

Επειδή τα  $g_a(s \pm j\omega)$ ,  $g_b(s \pm j\omega)$  είναι μιγαδικά πολυώνυμα ισχύει  $g_a(s - j\omega) = g_a^*(s + j\omega)$ ,  $g_b(s - j\omega) = g_b^*(s + j\omega)$  και συμβολιζούντας  $g_{a,r} = Re\{g(s + j\omega)\}$ ,  $g_{b,i} = Im\{g(s + j\omega)\}$  η 111 γίνεται

$$\begin{pmatrix} I_{L_21}(s) \\ I_{L_22}(s) \\ I_{L_23}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(g_{a,r} - jg_{a,i})V_{cd}(s - j\omega) + (g_{b,r} - jg_{b,i})V_{cq}(s - j\omega) + (g_{a,r} + jg_{a,i})V_{cd}(s + j\omega) + (g_{b,r} + jg_{b,i})V_{cq}(s + j\omega)}{2} \\ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}((g_{a,r} - jg_{a,i})V_{cd}(s - j\omega) + (g_{b,r} - jg_{b,i})V_{cq}(s - j\omega)) + e^{j\frac{2\pi}{3}}((g_{a,r} + jg_{a,i})V_{cd}(s + j\omega) + (g_{b,r} + jg_{b,i})V_{cq}(s + j\omega))}{2} \\ \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}((g_{a,r} - jg_{a,i})V_{cd}(s - j\omega) + (g_{b,r} - jg_{b,i})V_{cq}(s - j\omega)) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}((g_{a,r} + jg_{a,i})V_{cd}(s + j\omega) + (g_{b,r} + jg_{b,i})V_{cq}(s + j\omega))}{2} \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} \frac{-j(g_{b,r} - jg_{b,i})V_{cd}(s - j\omega) + j(g_{a,r} - jg_{a,i})V_{cq}(s - j\omega) + j(g_{b,r} + jg_{b,i})V_{cd}(s + j\omega) - j(g_{a,r} + jg_{a,i})V_{cq}(s + j\omega)}{2} \\ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}(-j(g_{b,r} - jg_{b,i})V_{cd}(s - j\omega) + j(g_{a,r} - jg_{a,i})V_{cq}(s - j\omega)) + e^{j\frac{2\pi}{3}}(j(g_{b,r} + jg_{b,i})V_{cd}(s + j\omega) - j(g_{a,r} + jg_{a,i})V_{cq}(s + j\omega))}{2} \\ \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}(-j(g_{b,r} - jg_{b,i})V_{cd}(s - j\omega) + j(g_{a,r} - jg_{a,i})V_{cq}(s - j\omega)) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}(j(g_{b,r} + jg_{b,i})V_{cd}(s + j\omega) - j(g_{a,r} + jg_{a,i})V_{cq}(s + j\omega))}{2} \end{pmatrix} \\
= \begin{pmatrix} \frac{(g_{a,r} - g_{b,i})(V_{cd}(s - j\omega) + V_{cd}(s + j\omega) + jV_{cq}(s - j\omega) - jV_{cq}(s + j\omega))}{2} \\ (g_{a,r} - g_{b,i})\left(\frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s - j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s + j\omega) + je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s - j\omega) - je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s + j\omega))}{2}\right) \\ (g_{a,r} - g_{b,i})\left(\frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s - j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s + j\omega) + je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s - j\omega) - je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s + j\omega))}{2}\right) \end{pmatrix} \\
+ \begin{pmatrix} \frac{(g_{a,i} + g_{b,r})(-jV_{cd}(s - j\omega) + jV_{cd}(s + j\omega) + V_{cq}(s - j\omega) + V_{cq}(s + j\omega))}{2} \\ (g_{a,i} + g_{b,r})\left(\frac{-je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s - j\omega) + je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s + j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s - j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s + j\omega))}{2}\right) \\ (g_{a,i} + g_{b,r})\left(\frac{-je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s - j\omega) + je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s + j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s - j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s + j\omega))}{2}\right) \end{pmatrix} \tag{112}$$

Από την εξίσωση 112 φαίνεται ότι ο Laplace μετασχηματισμός του ρεύματος  $I_{L_2}$  για κάθε φάση προκύπτει ως το άθροισμα μιας συνάρτησης μεταφοράς  $g_{a,r} - g_{b,i}$  επί μία είσοδο

$$\begin{pmatrix} \frac{V_{cd}(s-j\omega) + V_{cd}(s+j\omega) + jV_{cq}(s-j\omega) - jV_{cq}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s-j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s+j\omega) + je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s-j\omega) - je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s-j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s+j\omega) + je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s-j\omega) - je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s+j\omega)}{2} \end{pmatrix} \quad (113)$$

και μιας συνάρτησης μεταφοράς  $g_{a,i} + g_{b,r}$  επί μία άλλη είσοδο

$$\begin{pmatrix} \frac{-jV_{cd}(s-j\omega) + jV_{cd}(s+j\omega) + V_{cq}(s-j\omega) + V_{cq}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{-je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s-j\omega) + je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s+j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s-j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s+j\omega)}{2} \\ \frac{-je^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s-j\omega) + je^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cd}(s+j\omega) + e^{j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s-j\omega) + e^{-j\frac{2\pi}{3}}V_{cq}(s+j\omega)}{2} \end{pmatrix} \quad (114)$$

Από την εξίσωση 107 φαίνεται ότι η είσοδος της εξίσωσης 113 είναι το  $V_{ci}(s)$  ( $i=1,2,3$ ). Για να βρούμε την απόκριση συχνότητας μένει να εκφράσουμε και τη δεύτερη είσοδο της εξίσωσης 114 ως μια συνάρτηση του  $V_{ci}(s)$ .

'Οταν η είσοδος  $V_{ci}(s)$  είναι συμμετρικό τριφασικό αρμονικό σύστημα συχνότητας πω, από την εξίσωση 28 προκύπτει

$$\begin{pmatrix} V_{cd}(s) \\ V_{cq}(s) \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \omega t & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \omega t & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widehat{V}_c \cos(n\omega t + \varphi) \\ \widehat{V}_c \cos(n\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ \widehat{V}_c \cos(n\omega t + \varphi + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (115)$$

Υπολογίζουμε το μετασχηματισμό Laplace των dq συνιστώσων

$$\begin{pmatrix} V_{cd}(s) \\ V_{cq}(s) \end{pmatrix} = \mathcal{L} \left\{ \widehat{V}_c \begin{pmatrix} \cos((n-1)\omega t + \varphi) \\ \sin((n-1)\omega t + \varphi) \end{pmatrix} \right\} = \mathcal{L} \left\{ \widehat{V}_c \begin{pmatrix} \cos((n-1)\omega t) \cos \varphi - \sin((n-1)\omega t) \sin \varphi \\ \sin((n-1)\omega t) \cos \varphi + \cos((n-1)\omega t) \sin \varphi \end{pmatrix} \right\} = \widehat{V}_c \begin{pmatrix} \cos \varphi \frac{s}{s^2 + (n-1)^2 \omega^2} - \sin \varphi \frac{(n-1)\omega}{s^2 + (n-1)^2 \omega^2} \\ \sin \varphi \frac{(n-1)\omega}{s^2 + (n-1)^2 \omega^2} + \cos \varphi \frac{s}{s^2 + (n-1)^2 \omega^2} \end{pmatrix} \quad (116)$$

Αντικαθιστάμε την εξίσωση 116 στην εξίσωση 114. Αναφερόμενοι στη φάση 1 η εξίσωση 114 γίνεται ίση με την εξίσωση 117.

$$\begin{aligned}
& \frac{\widehat{V}_c}{2} \left\{ \cos \varphi \frac{s - j\omega}{(s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} - \sin \varphi \frac{(n-1)\omega}{(s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} + \cos \varphi \frac{s + j\omega}{(s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} \right. \\
& - \sin \varphi \frac{(n-1)\omega}{(s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} + j \cos \varphi \frac{(n-1)\omega}{(s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} + j \sin \varphi \frac{s - j\omega}{(s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} \\
& \left. - j \cos \varphi \frac{(n-1)\omega}{(s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} - j \sin \varphi \frac{s + j\omega}{(s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2} \right\}
\end{aligned} \tag{117}$$

και χρησιμοποιώντας την ταυτότητα 118

$$((s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) ((s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) = (s^2 + n^2\omega^2)(s^2 + (n-2)^2\omega^2) \tag{118}$$

η εξίσωση 117 γίνεται ίση με την εξίσωση 119:

$$\begin{aligned}
& \frac{\widehat{V}_c}{2} \left\{ \frac{\cos \varphi (s - j\omega)((s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) - \sin \varphi (n-1)\omega((s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2)}{(s^2 + n^2\omega^2)(s^2 + (n-2)^2\omega^2)} \right. \\
& + \frac{\cos \varphi (s + j\omega)((s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) - \sin \varphi (n-1)\omega((s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2)}{(s^2 + n^2\omega^2)(s^2 + (n-2)^2\omega^2)} \\
& + j \cos \varphi (n-1)\omega((s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) + j \sin \varphi (s - j\omega)((s + j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) \\
& \left. - j \cos \varphi (n-1)\omega((s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) - j \sin \varphi (s + j\omega)((s - j\omega)^2 + (n-1)^2\omega^2) \right\}
\end{aligned} \tag{119}$$

Μετά από αρκετή άλγεβρα η εξίσωση 119 καταλήγει στην εξίσωση 120

$$\widehat{V}_c \left( \cos \varphi \frac{n\omega}{s^2 + n^2\omega^2} + \sin \varphi \frac{s}{s^2 + n^2\omega^2} \right) \tag{120}$$

που αποτελεί το μετασχηματισμό Laplace του

$$\widehat{V}_c \sin(n\omega t + \varphi)$$

Ο μετασχηματισμός Laplace των φάσεων 2 και 3 της εξίσωσης 114 δίνεται στις εξίσωσεις 121, 122:

$$\widehat{V}_c \left( \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{n\omega}{s^2 + n^2\omega^2} + \sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{s}{s^2 + n^2\omega^2} \right) \tag{121}$$

$$\widehat{V}_c \left( \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{n\omega}{s^2 + n^2\omega^2} + \sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{s}{s^2 + n^2\omega^2} \right) \tag{122}$$

Ο μετασχηματισμός Laplace της εισόδου  $V_{ci}$  ( $i=1,2,3$ ) δίνεται από την εξίσωση 123

$$\begin{pmatrix} \cos \varphi \frac{s}{s^2 + n^2\omega^2} - \sin \varphi \frac{n\omega}{s^2 + n^2\omega^2} \\ \cos \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{s}{s^2 + n^2\omega^2} - \sin \left( \varphi - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{n\omega}{s^2 + n^2\omega^2} \\ \cos \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{s}{s^2 + n^2\omega^2} - \sin \left( \varphi + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{n\omega}{s^2 + n^2\omega^2} \end{pmatrix} \tag{123}$$

Η αρμονική απόκριση την οποία προσπαθούμε να υπολογίσουμε προκύπτει θέτοντας  $s=j\omega$  στις συναρτήσεις μεταφοράς 112. Παρατηρούμε ότι για  $s=j\omega$  η είσοδος της εξίσωσης 114 δίνεται από την εξίσωση 124

$$\widehat{V}_c \begin{pmatrix} \cos \varphi \frac{n\omega}{s^2+n^2\omega^2} + \sin \varphi \frac{s}{s^2+n^2\omega^2} \\ \cos(\varphi - \frac{2\pi}{3}) \frac{n\omega}{s^2+n^2\omega^2} + \sin(\varphi - \frac{2\pi}{3}) \frac{s}{s^2+n^2\omega^2} \\ \cos(\varphi + \frac{2\pi}{3}) \frac{n\omega}{s^2+n^2\omega^2} + \sin(\varphi + \frac{2\pi}{3}) \frac{s}{s^2+n^2\omega^2} \end{pmatrix} = \frac{n\omega}{s} \begin{pmatrix} V_{c1}(s) \\ V_{c2}(s) \\ V_{c3}(s) \end{pmatrix} \quad (124)$$

Αντικαθιστούμε την εξίσωση 124 στην εξίσωση 112

$$\begin{pmatrix} I_{L_21}(s) \\ I_{L_22}(s) \\ I_{L_23}(s) \end{pmatrix} = (g_{a,r} - g_{b,i}) \begin{pmatrix} V_{c1}(s) \\ V_{c2}(s) \\ V_{c3}(s) \end{pmatrix} + (g_{a,i} + g_{b,r}) \frac{n\omega}{s} \begin{pmatrix} V_{c1}(s) \\ V_{c2}(s) \\ V_{c3}(s) \end{pmatrix} = \left( (g_{a,r} - g_{b,i}) + \frac{n\omega}{s} (g_{a,i} + g_{b,r}) \right) \begin{pmatrix} V_{c1}(s) \\ V_{c2}(s) \\ V_{c3}(s) \end{pmatrix} \quad (125)$$

Η εξίσωση 125 για  $s=j\omega$  γίνεται ίση με την εξίσωση 126:

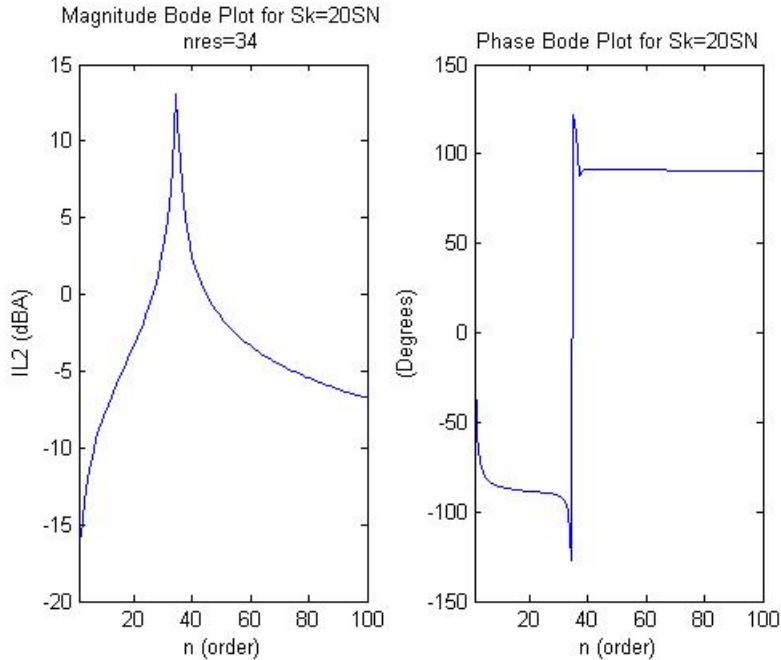
$$\begin{pmatrix} I_{L_21}(s) \\ I_{L_22}(s) \\ I_{L_23}(s) \end{pmatrix} = (g_a(jn\omega - j\omega) + jg_b(jn\omega - j\omega)) \begin{pmatrix} V_{c1}(s) \\ V_{c2}(s) \\ V_{c3}(s) \end{pmatrix} \quad (126)$$

Το διάγραμμα Bode της συνάρτησης μεταφοράς  $\frac{I_{L_2}(s)}{V_c(s)}$  προκύπτει με χρήση των εξισώσεων 85. Η συνάρτηση μεταφοράς είναι δεκάτου βαθμού, οπότε η αναλυτική έκφραση της αρμονικής απόκρισης συναρτήσει των παραμέτρων του συστήματος δεν έχει νόημα. Ωστόσο, με χρήση του Matlab είναι δυνατόν να παρατηρήσουμε την επίδραση των παραμέτρων του συστήματος στην καταστολή της αρμονικής παραμόρφωσης που οφείλεται σε αρμονικές τάσης δικτύου. Ο κώδικας που χρησιμοποιείται δίνεται στην παράγραφο B.4 του παραρτήματος. Το διάγραμμα Bode φαίνεται στα σχήματα 50, 51 για τις δύο περιπτώσεις δικτύου.

Σημειώνουμε ότι η τάση  $V_c$  των σχημάτων 50, 51 αναφέρεται στην τάση του άπειρου συστήματος (το σημείο στο σχήματος 2), και όχι στο σημείο κοινής σύνδεσης.

Παρατηρούμε ότι

- Η συχνότητα συντονισμού στα διαγράμματα Bode των σχημάτων 50, 51 διαφέρει από τη συχνότητα συντονισμού των διαγραμμάτων Bode της παραγράφου 3.4. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι αντίστοιχες συναρτήσεις μεταφοράς έχουν διαφορετικό παρονομαστή.
- Η συχνότητα συντονισμού επηρρεάζεται αρκετά από τις παραμέτρους του δικτύου. Ωστόσο, η συχνότητα συντονισμού βρίσκεται μακριά από τις παραστικές αρμονικές του δικτύου.



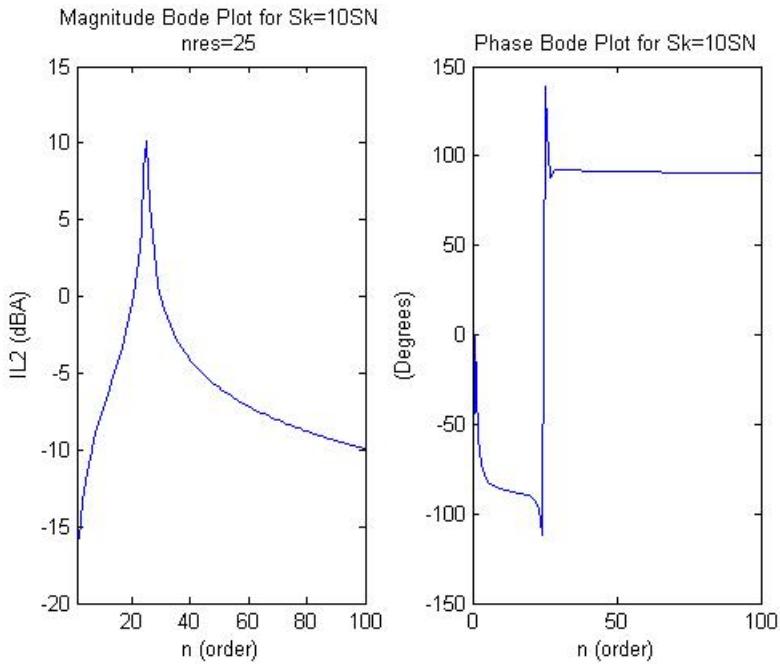
Σχήμα 50: Διάγραμμα Bode της συνάρτησης μεταφοράς  $\frac{I_{L2}(s)}{V_c(s)}$  για  $S_k = 20S_N$

3. Οι χαμηλές αρμονικές (π.χ. 5η, 7η) που είναι δυνατόν να περιέχει ένα δίκτυο αποσβέννυνται έντονα, με αποτέλεσμα οι παρασιτικές αρμονικές τάσης του δικτύου να μην επάγουν παρασιτικά ρεύματα στην έξοδο του αντιστροφέα.
4. Η απόσβεση τείνει στο  $-\infty$  στην 1η αρμονική εξαιτίας του PI ελέγχου. Δηλαδή, η τάση δικτύου δεν επηρεάζει τον έλεγχο του ρεύματος εξόδου.

Σημειώνουμε ότι για τη διασύνδεση dc πηγών τάσης στο δίκτυο τα διαγράμματα Bode που προέκυψαν είναι κατάλληλα γιατί εμφανίζουν σημαντική απόσβεση σε χαμηλόσυχνες παρασιτικές αρμονικές, ωστόσο στην εφαρμογή αντιστροφέων σε ενεργό φιλτράρισμα η μορφή των διαγραμμάτων Bode πρέπει να εμφανίζει ελάχιστη απόσβεση στις ίδιες αρμονικές. Συμπεραίνουμε ότι ο σχεδιασμός ενός χυκλώματος ελέγχου εξαρτάται από την εφαρμογή του αντιστροφέα.

Προκειμένου να επαληθεύσουμε ότι ο αντιστροφέας υπακούει στις προδιαγραφές της παραγράφου 3.6.1 και προκειμένου να ελέγξουμε την ισχύ των παραπάνω συμπερασμάτων προσομοιώνουμε ένα δίκτυο με αρμονική παραμόρφωση έως και 11ης τάξης. Το πλάτος της αρμονικής παραμόρφωσης λαμβάνεται ως το μέγιστο επιτρεπόμενο από τις προδιαγραφές του [12]. Το ρεύμα εξόδου οφείλει να παραμένει εντός των ορίων που προδιαγράφει ο [12].

Για την 5η αρμονική δικτύου  $S_k = 10S_N$  η προβλεπόμενη απόσβεση είναι  $-10.9$  dB. Η μέγιστη επιτρεπτή φασική τάση 5ης αρμονικής είναι  $10\log(13.2) = 11.2$  dB άρα η προβλεπόμενη 5η αρμονική ρεύματος είναι  $11.2 - 10.9 = 0.3$  dB  $\Rightarrow 1.07$  A.



Σχήμα 51: Διάγραμμα Bode της συνάρτησης μεταφοράς  $\frac{I_{L_2}(s)}{V_c(s)}$  για  $S_k = 10S_N$

Κατά τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται οι υπόλοιπες τιμές της στήλης 5 των πινάκων 9, 10. Στην 6η στήλη φαίνεται το αποτέλεσμα της προσομοίωσης. Στα σχήματα 52, 54 φαίνεται το φάσμα και η κυματομορφή του ρεύματος  $I_{L_2}$ . Στα σχήματα 53, 55 φαίνεται το φάσμα και η κυματομορφή της τάσης  $V_{cc}$ .

Παρατηρούμε ότι:

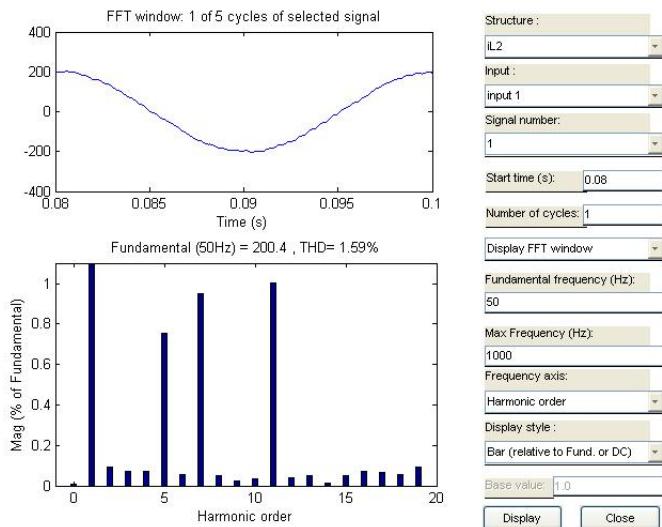
- Οι θεωρητικές προβλέψεις της εξίσωσης 126 συμπίπτουν σχεδόν ακριβώς με τα αποτελέσματα της προσομοίωσης. Η εξίσωση 126, λοιπόν, μπορεί να χρησιμεύσει στην αρμονική ανάλυση για το σχεδιασμό LCL φίλτρων που υπόκεινται σε PI έλεγχο ρεύματος στρεφόμενου πλαισίου αναφοράς.
- Και στις δύο περιπτώσεις δικτύων τόσο οι προβλέψεις όσο και η προσομοίωση

Τάξη	$V_h$ (V)	Όρια $I_{L2h}$ (A)	$\left  \frac{I_{L_2}(s)}{V_c(s)} \right $ (dB)	$I_{L2h}$ (A) Bode	$I_{L2h}$ (A) Simulink
5	13.2	5.2	-11	1	1.1
7	11	3.2	-9.4	1.3	1.3
11	7.7	2	-7.2	1.5	1.5

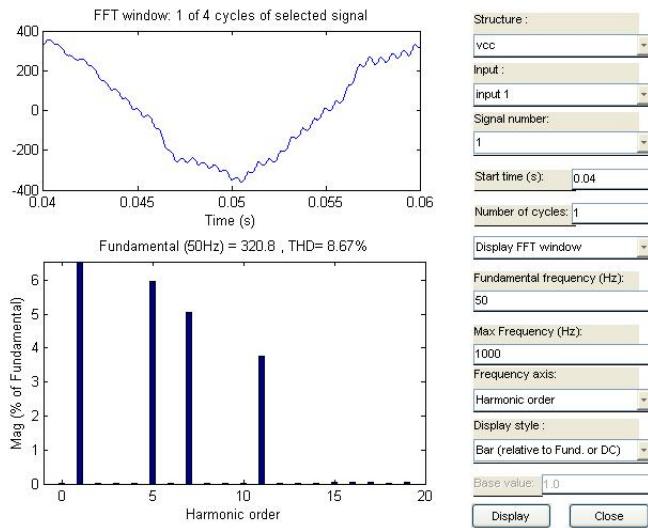
Πίνακας 9: Πίνακας σύγκρισης ορίων αρμονικής παραμόρφωσης κατά [12] με θεωρητικά προβλεπόμενη παραμόρφωση και αποτελέσματα προσομοίωσης ( $S_k = 20S_N$ )

Tάξη	$V_h$ (V)	Όρια $I_{L2h}$ (A)	$\left  \frac{I_{L2}(s)}{V_c(s)} \right $ (dB)	$I_{L2h}$ (A) Bode	$I_{L2h}$ (A) Simulink
5	13.2	2.6	-10.9	1.1	1.2
7	11	1.6	-9.2	1.3	1.3
11	7.7	1.0	-6.7	1.6	1.7

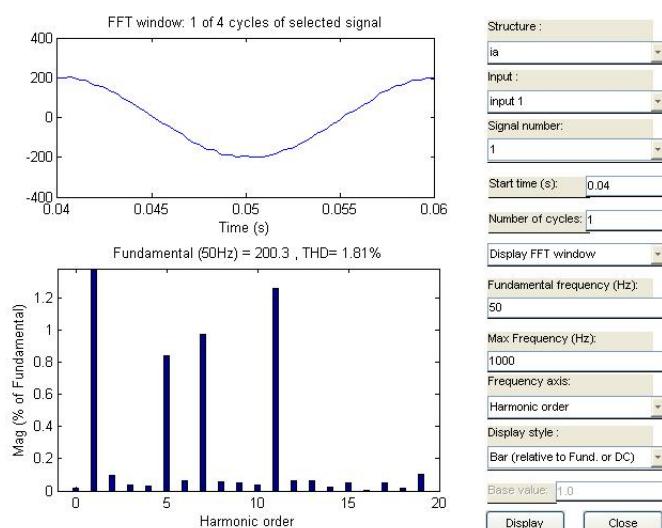
Πίνακας 10: Πίνακας σύγχρισης ορίων αρμονικής παραμόρφωσης κατά [12] με θεωρητικά προβλεπόμενη παραμόρφωση και αποτελέσματα προσομοίωσης ( $S_k = 10S_N$ )



Σχήμα 52: Κυματομορφή και φάσμα του ρεύματος  $I_{L2}$  για  $S_k = 20S_N$  και αρμονική παραμόρφωση δικτύου



Σχήμα 53: Κυματομορφή και φάσμα της τάσης  $V_{cc}$  για  $S_k = 20S_N$  και αρμονική παραμόρφωση δικτύου



Σχήμα 54: Κυματομορφή και φάσμα του ρεύματος  $I_{L_2}$  για  $S_k = 10S_N$  και αρμονική παραμόρφωση δικτύου

πληρούν τα χριτήρια του [12].

3. Η αλλαγή της αντίστασης βραχυκύλωσης του δικτύου δεν επιδρά σε μεγάλο βαθμό στην αρμονική απόχριση του ρεύματος εξόδου.

### 3.6.3 Ασυμμετρίες τάσης

Έστω ασύμμετρο σύστημα τάσεων που δίνεται από τις εξισώσεις 127.

$$\begin{aligned} v_{c1} &= \hat{V}_c(1 + \delta) \cos(\omega t) \\ v_{c2} &= \hat{V}_c \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_{c3} &= \hat{V}_c \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (127)$$

Ο μετασχηματισμός Park των εξισώσεων 127 δίνεται από τις εξισώσεις 128.

$$\begin{aligned} v_{cd} &= \hat{V}_c\left(1 + \frac{1}{3}\delta\right) + \frac{1}{3}\hat{V}_c\delta \cos 2\omega t \\ v_{cq} &= -\frac{1}{3}\hat{V}_c\delta \sin 2\omega t \\ v_{co} &= \frac{2}{3}\hat{V}_c\delta \cos \omega t \end{aligned} \quad (128)$$

Από τις εξισώσεις 36, 37, 38 προκύπτει ότι η ομοπολική συνιστώσα τάσης δεν επιδρά στο ρεύμα εξόδου αφού

1. το ρεύμα εξόδου έχει ομοπολική συνιστώσα μηδέν
2. δεν υπάρχει ζεύξη μεταξύ της ομοπολικής συνιστώσας τάσης και των d-q συνιστωσών ρεύματος στις εξισώσεις 36,37, 38.

Άρα η ασυμμετρία στο μέτρο της τάσης δικτύου προκαλεί παρασιτικές αρμονικές τάξης 2. Από την 84 υπολογίζουμε την απόχριση του ρεύματος εξόδου στη δεύτερη αρμονική της τάσης δικτύου. Χρησιμοποιούμε το αρχείο Matlab της παραγράφου B.5 του παραρτήματος. Για δίκτυο  $S_k = 20S_N$  προκύπτουν οι συναρτήσεις μεταφοράς 129.

$$\begin{aligned} \frac{A_3(j2\omega)}{P(j2\omega)} &= 0.0301\angle -72.4^\circ \\ \frac{A_4(j2\omega)}{P(j2\omega)} &= 0.0151\angle 17.7^\circ \end{aligned} \quad (129)$$

ενώ για δίκτυο  $S_k = 10S_N$  προκύπτουν οι εξισώσεις 130.

$$\begin{aligned}\frac{A_3(j2\omega)}{P(j2\omega)} &= 0.0303\angle -72.4^\circ \\ \frac{A_4(j2\omega)}{P(j2\omega)} &= 0.0153\angle 17.7^\circ\end{aligned}\quad (130)$$

Για  $\delta=0.05$  από τις εξισώσεις 128 προκύπτουν οι φάσορες των  $d$  και η συνιστώσαν των εξισώσεων 131.

$$\begin{aligned}\tilde{v}_{cd} &= 5.2 \\ \tilde{v}_{cq} &= 5.2\angle 90^\circ\end{aligned}\quad (131)$$

Από τις εξισώσεις 129, 131 προκύπτει η εξισωση 132 για δίκτυο  $20S_N$ .

$$\begin{aligned}\tilde{i}_{L_2d} &= \frac{A_3}{P}\tilde{v}_{cd} + \frac{A_4}{P}\tilde{v}_{cq} \\ &= 0.0301\angle -72.4^\circ \cdot 5.2 + 0.0151\angle 17.7^\circ \cdot 5.2\angle 90^\circ \\ &= 0.078\angle -72^\circ\end{aligned}\quad (132)$$

Αντίστοιχα, από την εξισωση 86 προκύπτει η εξισωση 133 για το ρεύμα  $i_{L_2,q}$ .

$$\begin{aligned}\tilde{i}_{L_2q} &= -\frac{A_4}{P}\tilde{v}_{cd} + \frac{A_3}{P}\tilde{v}_{cq} \\ &= -0.0153\angle 17.7^\circ \cdot 5.2 + 0.0303\angle -72.4^\circ \cdot 5.2\angle 90^\circ \\ &= 0.078\angle 17.5^\circ\end{aligned}\quad (133)$$

Από την εξισωση 130 παρατηρούμε ότι οι συναρτήσεις μεταφοράς αλλάζουν ελάχιστα για δίκτυο  $10S_N$ . Άρα, οι αρμονικές ρεύματος εξόδου θα είναι περίπου ίσες με αυτές των εξισώσεων 132, 133. Συγκρίνοντας τις παραστικές αρμονικές λόγω ασυμμετρίας τάσης δικτύου με τις τρίτες αρμονικές λόγω διαμόρφωσης εύρους παλμών της παραγράφου 3.2.1, καθώς και με τις αρμονικές λόγω αρμονικής παραμόρφωσης δικτύου της παραγράφου 3.6.2 παρατηρούμε ότι οι αρμονικές λόγω ασυμμετρίας δικτύου έχουν αμελητέο πλάτος. Αυτό οφείλεται στη μεγάλη απόσβεση των συναρτήσεων μεταφοράς  $\frac{F}{P}, \frac{E}{P}$ .

### 3.7 Σθεναρότητα (robustness) ελέγχου

Η σθεναρότητα του ελέγχου που προτείνουμε στην εν λόγω εργασία ως προς την ισχύ βραχυκύλωσης του δικτύου έχει τεκμηριωθεί. Στην παρούσα παράγραφο εξετάζουμε τη σθεναρότητα της στρατηγικής ελέγχου ως προς σφάλματα στις τιμές των παραμέτρων  $L_1, C$  και ως προς σφάλματα στις μετρήσεις των ηλεκτρικών μεγεθών που απαιτούνται για την υλοποίηση του ελέγχου.

### 3.7.1 Σφάλμα $L_1$

Θα εξετάσουμε την επίδραση που έχει στην ευστάθεια και την ακρίβεια ελέγχου του συστήματος ένα σφάλμα 15% στην τιμή του  $L_1$ . Άρα, στην παρούσα παράγραφο η πραγματική τιμή του  $L_1$  δίνεται από την εξίσωση 134.

$$L_{1r} = 1.15 \cdot L_1 = 1.265mH \quad (134)$$

όπου  $L_1$  η τιμή της αυτεπαγωγής που χρησιμοποιείται στο κύκλωμα ελέγχου.

Από την εξίσωση 47 προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς  $\mathbf{G}_p(z)$  δίνεται από την εξίσωση 135

$$\mathbf{G}_p(z) = \frac{T_s}{L_{1r}} \begin{pmatrix} (z-1)^{-1} & 0 \\ 0 & (z-1)^{-1} \end{pmatrix} \quad (135)$$

Από την εξίσωση 40 προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς του deadbeat ελέγχου με σφάλμα στην παράμετρο  $L_1$  δίνεται από την εξίσωση 136

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{L_1}(z) &= \left( \mathbf{I} + \mathbf{G}_p(z) \frac{L_1}{T_s} \right)^{-1} \mathbf{G}_p(z) \frac{L_1}{T_s} \mathbf{I}_{L_1}^*(z) \\ &= \frac{L_1}{L_{1r}} \begin{pmatrix} (z-1 + \frac{L_1}{L_{1r}})^{-1} & 0 \\ 0 & (z-1 + \frac{L_1}{L_{1r}})^{-1} \end{pmatrix} \mathbf{I}_{L_1}^*(z) \end{aligned} \quad (136)$$

Από την εξίσωση 136 προκύπτει η εξίσωση 137

$$\mathbf{i}_{L_1}((k+1)T_s) - (1 - \frac{L_1}{L_{1r}})\mathbf{i}(kT_s) = \frac{L_1}{L_{1r}} i_{L_1}^*(kT_s) \quad (137)$$

Άρα η έξοδος του deadbeat ελέγχου δεν είναι ακριβώς ίση με το σήμα ελέγχου, αλλά εξαρτάται από το σχετικό σφάλμα στην τιμή του  $L_1$  και την παρελθούσα τιμή του  $i_{L_1}$ . Χρησιμοποιούμε την ιδιότητα 138 του μετασχηματισμού Laplace

$$\mathcal{L}\{f(t+c)\} = e^{cs}F(s) \quad (138)$$

και την κατά Taylor προσέγγιση του  $e^{cs}$  που δίνεται από την εξίσωση 139

$$e^{cs} \simeq 1 + c \quad (139)$$

για να μετασχηματίσουμε κατά Laplace την εξίσωση 137 και να λάβουμε την εξίσωση 140

$$(1 + T_s)\mathbf{I}_{L_1}(s) + (\frac{L_1}{L_{1r}} - 1)\mathbf{I}_{L_1}(s) = \frac{L_1}{L_{1r}} \mathbf{I}_{L_1}^*(s) \quad (140)$$

Επειδή  $T_s + \frac{L_1}{L_{1r}} \simeq \frac{L_1}{L_{1r}}$  από την εξίσωση 140 λαμβάνουμε την εξίσωση 141

$$\mathbf{I}_{L_1} \simeq \mathbf{I}_{L_1}^* \quad (141)$$

$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
1384	1169

Πίνακας 11: Συχνότητες συντονισμού για  $L_{1r}=1.265$  mH

$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
1506	1147

Πίνακας 12: Συχνότητες συντονισμού για  $C_r=75$  μH

Από την εξίσωση 141 συμπεραίνουμε ότι η επίδραση του σφάλματος στην τιμή του  $L_1$  δεν επιδρά στον deadbeat έλεγχο. Άρα, τόσο η ευστάθεια όσο και η ακρίβεια του ελέγχου παραμένουν αμετάβλητες. Στο σχήμα 57 δίνεται η δυναμική απόκριση του κυκλώματος με σφάλμα 15% στην τιμή του  $L_1$  και η απόκριση χωρίς σφάλμα στο  $L_1$ . Η προσομοίωση επιβεβαιώνει το γεγονός ότι η αλλαγή στο  $L_1$  δεν επηρεάζει σχεδόν καθόλου τον έλεγχο.

Σημειώνουμε ότι από την εξίσωση 52 προκύπτει ότι μια μείωση στην τιμή της παραμέτρου  $L_1$  μειώνει τη σταθερότητα της τάσης  $v_b$  σε έναν κύκλο λειτουργίας του deadbeat ελέγχου  $T_s$ . Η επίδραση της μεταβλητότητας της τάσης  $v_b$  στην ευστάθεια και ακρίβεια του ελέγχου είναι αμελητέα. Επίσης, από το αρχείο B.3 του Matlab υπολογίζουμε τη νέα συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Τα αποτελέσματα δίνονται στον πίνακα 11. Η συχνότητα συντονισμού παραμένει σε μια ασφαλή περιοχή συχνοτήτων.

### 3.7.2 Σφάλμα C

Θα εξετάσουμε την επίδραση που έχει στην ευστάθεια του συστήματος και στην ακρίβεια του ελέγχου ένα σφάλμα 15% στην τιμή του C. Στην παρούσα παράγραφο η τιμή του C θα δίνεται από την εξίσωση 142

$$C_r = 1.15 \cdot C = 75\mu F \quad (142)$$

Η επίδραση της αλλαγής της τιμής του C στη μεταβλητότητα της τάσης  $v_b$  δεν επηρεάζει την ακρίβεια του ελέγχου. Επειδή η τιμή του C δε χρησιμοποιείται πουθενά στον έλεγχο σαν παράμετρος, είναι αναμενόμενο ότι ο έλεγχος δε θα επηρεαστεί από το σφάλμα στην τιμή του C. Στο σχήμα 58 δίνεται η δυναμική απόκριση του κυκλώματος με σφάλμα 15% στην τιμή του C και η απόκριση χωρίς σφάλμα στο C. Η προσομοίωση επιβεβαιώνει το γεγονός ότι η αλλαγή στο C δεν επηρεάζει σχεδόν καθόλου τον έλεγχο.

Από το αρχείο fres.m του Matlab υπολογίζουμε τη νέα συχνότητα συντονισμού του κυκλώματος για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Τα αποτελέσματα δίνονται στον πίνακα 12. Η συχνότητα συντονισμού παραμένει σε μια ασφαλή περιοχή συχνοτήτων.

Η νέα τιμή του C αλλάζει τις ρίζες του πολυωνύμου P(s). Προκειμένου να επαληθεύσουμε ότι η μεταβολή του C δεν οδηγεί το σύστημα σε αστάθεια υπολογίζουμε

$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
-52±j9119	-57±j6632
-148±j9117	-153±j6631
-45±j8491	-48±j6004
-148±j8489	-153±j6002
-200±j0.1	-201±j0.2

Πίνακας 13: Θέσεις πόλων του συστήματος για  $C_r=75 \mu\text{H}$

	$i_{L_1}$	$i_{L_2}$	$v_b (\text{V})$
rms	140 A	140 A	225 V
$\sigma^2$	196 A <sup>2</sup>	196 A <sup>2</sup>	506 V <sup>2</sup>

Πίνακας 14: rms τιμές μετρούμενων μεγεθών και διασπορά θορύβου

τους νέους πόλους του συστήματος χρησιμοποιώντας το αρχείο Bode.m του Matlab. Οι τιμές των ριζών δίνονται στον πίνακα 13 και επιβεβαιώνουν το γεγονός ότι το σύστημα παραμένει ευσταθές.

### 3.7.3 Σφάλματα μετρήσεων

Το σύστημα ελέγχου που προτείνουμε απαιτεί τη μέτρηση τριών μεγεθών: του ρεύματος  $i_{L_1}$ , του ρεύματος  $i_{L_2}$  και της τάσης  $v_b$ . Σε αυτήν την παράγραφο θα εξετάσουμε την επίδραση των σφαλμάτων μετρήσεων στο ρεύμα εξόδου του αντιστροφέα. Θα θεωρήσουμε προσθετικό λευκό θόρυβο κατανομής Gauss (AWGN) μέσης τιμής  $\mu=0$  και μέσης ισχύος  $\sigma^2$  (που συμπίπτει με τη διασπορά της κατανομής Gauss [16]) ίσης με το 1% της ισχύος ονομαστικής λειτουργίας του μετρούμενου σήματος. Οι rms τιμές των μετρούμενων μεγεθών που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της ισχύος των σημάτων θορύβου δίνονται στον πίνακα 14 και αντιστοιχούν σε δίκτυο  $20S_N$  με  $\lambda=0.95$  χωρητικό (οι τιμές διαφέρουν ελάχιστα για διαφορετικό δίκτυο και διαφορετικό συντελεστή ισχύος, οπότε οι τιμές του πίνακα 14 χρησιμοποιούνται για κάθε περίπτωση δικτύου και συντελεστή ισχύος). Η διασπορά του θορύβου δίνεται από την εξίσωση 143 και οι τιμές της δίνονται στον πίνακα 14.

$$\sigma^2 = 0.01 \cdot F_{rms}^2 \quad (143)$$

όπου  $F_{rms}$  η τιμή του μετρούμενου μεγέθους.

Η φασματική κατανομή ισχύος του AWGN δίνεται από την εξίσωση 144 [16]

$$S_n(f) = \sigma^2, f \in [0, \infty] \quad (144)$$

και η ισχύς του θορύβου στο σήμα εξόδου προκύπτει από την εξίσωση 145

$$S_o(f) = |H(f)|^2 S_n(f) \quad (145)$$

όπου  $H(f)$  η συνάρτηση μεταφοράς του σφάλματος στην έξοδο. Θα εξετάσουμε ξεχωριστά τις τρεις περιπτώσεις σφαλμάτων.

**Σφάλμα μέτρησης  $i_{L_2}$**  Το σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_2}$  μεταφέρεται φασματικά στις d και q συνιστώσες και δίνεται από την εξίσωση 146.

$$\begin{aligned} m_{i_{L_2d}} &= i_{L_2d} + e_{i_{L_2d}} \\ m_{i_{L_2q}} &= i_{L_2q} + e_{i_{L_2q}} \end{aligned} \quad (146)$$

όπου

$m_{i_{L_2d/q}}$  η μέτρηση ρεύματος

$i_{L_2d/q}$  το πραγματικό ρεύμα

$e_{i_{L_2d/q}}$  το σφάλμα μέτρησης.

Από το σχήμα 19 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα σφάλματα  $e_{i_{L_2d}}$   $e_{i_{L_2q}}$  έχουν συναρτήσεις μεταφοράς ίδιες με τις συναρτήσεις μεταφοράς των σημάτων ελέγχου  $i_{L_2d}^*$ ,  $i_{L_2q}^*$  γιατί τόσο τα σφάλματα όσο και τα σήματα ελέγχου εισάγονται στο ίδιο σημείο του συστήματος ελέγχου. Τα παραπάνω ποσοτικοποιούνται στις εξισώσεις 147.

$$\begin{aligned} \frac{i_{L_2d}}{e_{i_{L_2d}}} &= -\frac{A_1(s)}{P(s)} \\ \frac{i_{L_2d}}{e_{i_{L_2q}}} &= -\frac{A_2(s)}{P(s)} \\ \frac{i_{L_2q}}{e_{i_{L_2d}}} &= \frac{A_2(s)}{P(s)} \\ \frac{i_{L_2q}}{e_{i_{L_2q}}} &= -\frac{A_1(s)}{P(s)} \end{aligned} \quad (147)$$

Τα διαγράμματα Bode των  $\frac{A_1(s)}{P(s)}$ ,  $\frac{A_2(s)}{P(s)}$  φαίνονται στα σχήματα 59, 60, 61, 62 για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Η εξαγωγή των διαγραμμάτων έγινε με χρήση του αρχείου Matlab που δίνεται στην παράγραφο B.2 του παραρτήματος. Παρατηρούμε ότι το κέρδος των σφαλμάτων είναι αμελητέο, οπότε αναμένουμε ότι η έξοδος δε θα επηρεάζεται από τα σφάλματα. Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης φαίνεται στα σχήματα 63, 64 για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Η παραμόρφωση που εισάγει το σφάλμα μέτρησης είναι αμελητέα.

**Σφάλμα μέτρησης  $i_{L_1}$**  Το σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_1}$  μεταφέρεται στις d και q συνιστώσες και δίνεται από την εξίσωση 148.

$$\begin{aligned} m_{i_{L_1d}} &= i_{L_1d} + e_{i_{L_1d}} \\ m_{i_{L_1q}} &= i_{L_1q} + e_{i_{L_1q}} \end{aligned} \quad (148)$$

$f_{err}$ (Hz)			
Θεωρητική		Προσομοίωση	
$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$	$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
1650	1150	1650	1150
1750	1300	1700	1225

Πίνακας 15: Συχνότητες θορύβου στην έξοδο από θόρυβο στη μέτρηση του  $i_{L_1}$

Από το σχήμα 12 προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς του σφάλματος είναι ίση με τη συνάρτηση μεταφοράς του σήματος ελέγχου  $i_{L_1d/q}^*$  γιατί το σφάλμα και το σήμα ελέγχου εισέρχονται στο ίδιο σημείο του συστήματος ελέγχου. Άρα οι συναρτήσεις μεταφοράς των σφαλμάτων  $e_{i_{L_1d}}$ ,  $e_{i_{L_1q}}$  στα ρεύματα  $i_{L_2d}$ ,  $i_{L_2q}$  δίνονται από τις εξισώσεις 149.

$$\begin{aligned}\frac{i_{L_2d}}{e_{i_{L_1d}}} &= -\frac{N_{11}(s)}{D(s)} \\ \frac{i_{L_2d}}{e_{i_{L_2q}}} &= -\frac{N_{12}(s)}{D(s)} \\ \frac{i_{L_2q}}{e_{i_{L_2d}}} &= \frac{N_{12}(s)}{D(s)} \\ \frac{i_{L_2q}}{e_{i_{L_2q}}} &= -\frac{N_{11}(s)}{D(s)}\end{aligned}\tag{149}$$

Τα διαγράμματα Bode των  $\frac{N_{11}(s)}{D(s)}$ ,  $\frac{N_{12}(s)}{D(s)}$  φαίνονται στα σχήματα 65, 66, 67, 68 για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Η εξαγωγή των διαγραμμάτων έγινε με χρήση του αρχείου Matlab που δίνεται στην παράγραφο B.2 του παραρτήματος. Στον πίνακα 15 σημειώνουμε τις συχνότητες  $f_{err}$  στις οποίες μεγιστοποιούνται οι συναρτήσεις μεταφοράς για δύο περιπτώσεις δικτύου. Παρατηρούμε ότι το κέρδος των διαγραμμάτων Bode είναι σημαντικό, οπότε αναμένεται ότι το σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_1}$  θα έχει σημαντικότερη επίδραση στην έξοδο από το σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_2}$ . Μάλιστα, από τα διαγράμματα Bode παρατηρούμε ότι η επίδραση αυτή προβλέπεται να είναι πιο έντονη για περίπτωση δικτύου  $S_k = 20S_N$ . Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης φαίνεται στα σχήματα 69, 70 για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Οι συχνότητες στις οποίες μεγιστοποιείται η φασματική παραμόρφωση της εξόδου σημειώνονται στον πίνακα 15 και παρατηρούμε ότι συμπίπτουν με τις προβλεπόμενες. Επίσης, παρατηρούμε ότι η έξοδος επηρρεάζεται πιο έντονα από το σφάλμα στη μέτρηση του ρεύματος  $i_{L_1}$  και ότι στην περίπτωση δικτύου  $20S_N$  η παραμόρφωση είναι μεγαλύτερη.

**Σφάλμα μέτρησης  $v_b$**  Όπως και στις προηγούμενες περιπτώσεις, το σφάλμα στη μέτρηση του  $v_b$  μεταφέρεται στις d και q συνιστώσες. Το σφάλμα στη μέτρηση του  $v_b$  δίνεται από την εξίσωση 150.

$$\begin{aligned} m_{v_{bd}} &= v_{bd} + e_{v_{bd}} \\ m_{v_{bq}} &= v_{bq} + e_{v_{bq}} \end{aligned} \quad (150)$$

Από το σχήμα 11 προκύπτει η εξίσωση 151.

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{L_1} &= \mathbf{G}_p(\mathbf{V}^* - \mathbf{V}_b) \\ &= \mathbf{G}_p\left(\frac{L_1}{T_s}\mathbf{E} + \mathbf{V}_b + \mathbf{E}_{v_b} - \mathbf{V}_b\right) \\ &= \mathbf{G}_p\left(\frac{L_1}{T_s}\mathbf{E} + \mathbf{E}_{v_b}\right) \\ \Rightarrow \mathbf{I}_{L_1} &= \frac{L_1}{T_s}(\mathbf{I} + \mathbf{G}_p\frac{L_1}{T_s})^{-1}\mathbf{G}_p\mathbf{I}_{L_1}^* + (\mathbf{I} + \mathbf{G}_p\frac{L_1}{T_s})^{-1}\mathbf{G}_p\mathbf{E}_{v_b} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z} \end{pmatrix} \mathbf{I}_{L_1}^* + \frac{T_s}{L_1} \begin{pmatrix} \frac{1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{1}{z} \end{pmatrix} \mathbf{E}_{v_b} \end{aligned} \quad (151)$$

όπου τα μεγέθη της εξίσωσης 151 είναι μετασχηματισμένα στο πεδίο z.

Από την εξίσωση 151 προκύπτει ότι η συνάρτηση μεταφοράς του σφάλματος στο ρεύμα εξόδου δίνεται από τις εξισώσεις 152

$$\begin{aligned} \frac{i_{L_2d}}{e_{v_{bd}}} &= -\frac{T_s}{L_1} \frac{N_{11}(s)}{D(s)} \\ \frac{i_{L_2d}}{e_{v_{bq}}} &= -\frac{T_s}{L_1} \frac{N_{12}(s)}{D(s)} \\ \frac{i_{L_2q}}{e_{v_{bd}}} &= \frac{T_s}{L_1} \frac{N_{12}(s)}{D(s)} \\ \frac{i_{L_2q}}{e_{v_{bq}}} &= -\frac{T_s}{L_1} \frac{N_{11}(s)}{D(s)} \end{aligned} \quad (152)$$

Τα διαγράμματα Bode των  $\frac{T_s}{L_1} \frac{N_{11}(s)}{D(s)}$ ,  $\frac{T_s}{L_1} \frac{N_{12}(s)}{D(s)}$  φαίνονται στα σχήματα 71, 72, 73, 74 για τις δύο περιπτώσεις δικτύου. Η εξαγωγή των διαγραμμάτων έγινε με χρήση του αρχείου Matlab που δίνεται στην παράγραφο B.2 του παραρτήματος. Στον πίνακα 16 σημειώνουμε τις συχνότητες  $f_{err}$  στις οποίες μεγιστοποιούνται οι συναρτήσεις μεταφοράς για δύο περιπτώσεις δικτύου, οι οποίες δεν αλλάζουν σε σχέση με την περίπτωση σφάλματος στη μέτρηση του  $i_{L_1}$ . Το κέρδος των διαγραμμάτων Bode είναι κατά  $\frac{T_s}{L_1}^2$  μικρότερο από το κέρδος των συναρτήσεων μεταφοράς της προηγούμενης παραγράφου, οπότε αναμένεται ότι το σφάλμα στη μέτρηση του  $v_b$  θα έχει μικρότερη επίδραση στην έξοδο από το σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_1}$ . Όπως και στην προηγούμενη παραγράφο, από τα διαγράμματα Bode παρατηρούμε ότι η επίδραση σφάλματος προβλέπεται να είναι πιο έντονη για περίπτωση δικτύου  $S_k = 20S_N$ . Το αποτέλεσμα

$f_{err}$ (Hz)			
Θεωρητική		Προσομοίωση	
$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$	$S_k = 20S_N$	$S_k = 10S_N$
1650	1150	1600	1200
1750	1300	1700	1250

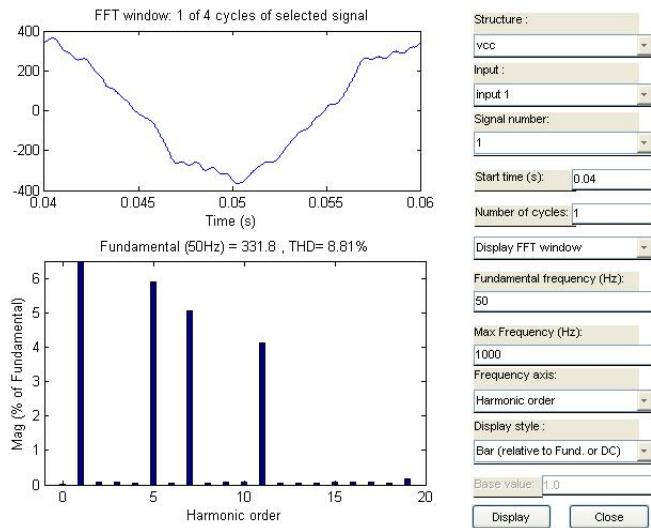
Πίνακας 16: Συχνότητες θορύβου στην έξοδο από θόρυβο στη μέτρηση του  $v_b$

της προσομοίωσης φαίνεται στα σχήματα 75, 76 και επαληθεύεται ότι η επίδραση σφάλματος στο  $v_b$  είναι μικρότερη από την επίδραση σφάλματος στο  $i_{L_1}$ . Μάλιστα, η παραμόρφωση σχεδόν συμπίπτει με την παραμόρφωση σε περίπτωση σφάλματος στο  $i_{L_2}$ . Οι συχνότητες στις οποίες μεγιστοποιείται η φασματική παραμόρφωση της εξόδου κατά την προσομοίωση σημειώνονται στον πίνακα 16 και παρατηρούμε ότι συμπίπτουν με τις προβλεπόμενες. Επίσης, παρατηρούμε ότι στην περίπτωση δικτύου  $20S_N$  η παραμόρφωση είναι μεγαλύτερη.

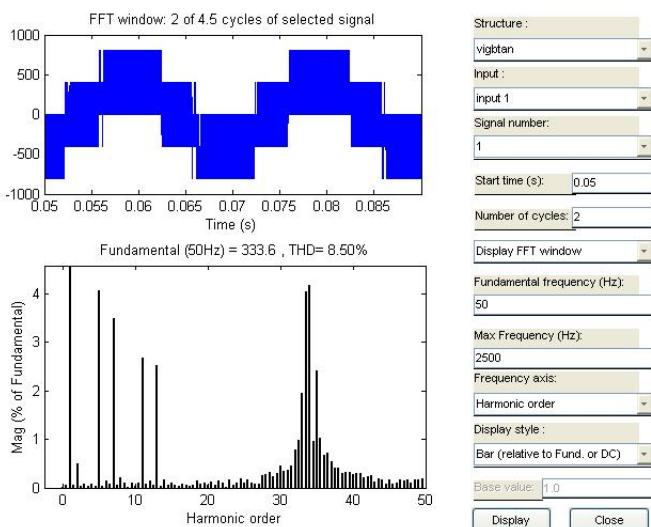
### 3.8 Συμπεράσματα

- Η σχεδίαση του συστήματος σε dq άξονες είναι επιτακτική για την ακρίβεια ελέγχου και την απλοποίηση των εξισώσεων του συστήματος.
- Το κύκλωμα ελέγχου είναι δυνατόν να επιμεριστεί σε δύο υποκυκλώματα ελέγχου. Αντίστοιχα επιμερίζεται το ελεγχόμενο LCL φίλτρο. Το τμήμα  $L_2$ , C ελέγχεται από έναν PI ελεγκτή (εξωτερικός βρόγχος ελέγχου  $i_{L_2}$ ) και το τμήμα  $L_1$  που ελέγχεται από έναν deadbeat ελεγκτή (εσωτερικός βρόγχος ελέγχου  $i_{L_1}$ ).
- Ο deadbeat ελεγκτής είναι απλούστερος από οποιονδήποτε deadbeat ελεγκτή στη βιβλιογραφία. Εκτελεί μια ενίσχυση και μια άθροιση.
- Η διακύμανση στην τάση  $v_b$  σε μία περίοδο  $T_s$  δεν ξεπερνάει το 25% με αποτέλεσμα να μην επηρεάζει τον deadbeat έλεγχο.
- Το κύκλωμα πρόβλεψης του deadbeat ελεγκτή είναι ωφέλιμο αλλά όχι αναγκαίο για τη λειτουργία του συστήματος.
- Οι συναρτήσεις μεταφοράς του PI ελεγκτή είναι 10ου βαθμού. Με τις παραμέτρους που επιλέξαμε ο χρόνος αποκατάστασης είναι περίπου 20 ms και η υπερύψωση είναι αμελητέα.
- Η ευστάθεια του συστήματος είναι σχεδόν ανεξάρτητη από την ισχύ βραχυκύλωσης του δικτύου.
- Η μεταβατική ταλάντωση του συστήματος είναι εντονότερη και σε υψηλότερες συχνότητες για ισχυρότερο δίκτυο.

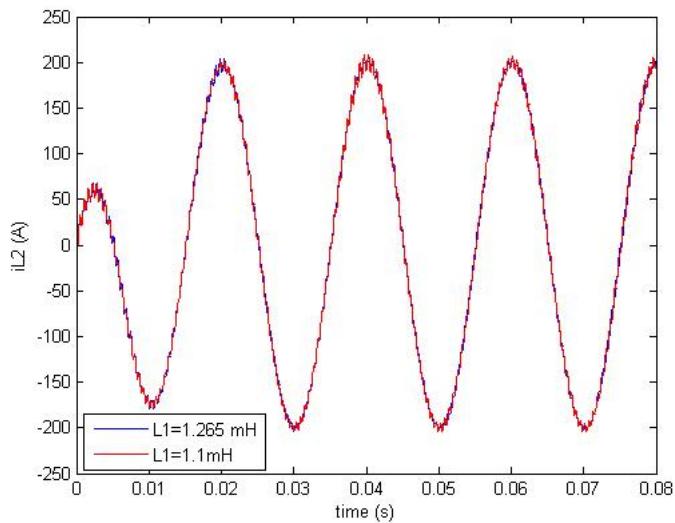
9. Το προτεινόμενο σύστημα ελέγχου ελέγχει χωρίς σφάλμα το ρεύμα εξόδου.
10. Η μεταβατική κατάσταση του συστήματος όπως προβλέπεται από τις συναρτήσεις μεταφοράς του PI ελεγχτή επαληθεύεται με ακρίβεια από την προσομοίωση.
11. Το ρεύμα εξόδου του LCL φίλτρου συντονίζεται στα 5 dB και στις δύο περιπτώσεις δικτύου. Όσο ασθενέστερο είναι το δίκτυο, τόσο χαμηλότερη γίνεται η συχνότητα συντονισμού ( $1400 \text{ Hz}$  στα  $10S_N$ ). Για εξαιρετικά ασθενές δίκτυο είναι δυνατόν το κύκλωμα να συντονιστεί με κάποια αρμονική τάσης του δικτύου. Από αυτήν την άποψη τα L φίλτρα είναι ασφαλέστερα.
12. Η σύνδεση του αντιστροφέα σε πολύ ασθενές δίκτυο ενδεχομένως να τον οδηγήσει σε υπερδιαμόρφωση με απρόβλεπτες συνέπειες για την ευστάθεια, την ακρίβεια ελέγχου και τη δυναμική συμπεριφορά, οπότε η τάση  $V_{dc}$  πρέπει να επιλέγεται με ένα περιθώριο ασφαλείας.
13. Η εξίσωση 126 είναι η αρμονική αντίσταση του αντιστροφέα. Δίνει τη δυνατότητα στο σχεδιαστή να επιλέξει τις παραμέτρους του κυκλώματος έτσι ώστε το ρεύμα εξόδου να πληρεί ορισμένες προδιαγραφές. Το παρόν κύκλωμα συντονίζεται στην 34η αρμονική για δίκτυο  $20S_N$  και στην 25η αρμονική για δίκτυο  $10S_N$ . Οι συχνότητες αυτές βρίσκονται κοντά στις συχνότητες συντονισμού του LCL φίλτρου, ωστόσο είναι αναγκαίο να εξαχθεί η αναλυτική έκφραση της αρμονικής αντίστασης προκειμένου να διασφαλιστεί η προστασία του συστήματος ελέγχου από συντονισμό σε αρμονικές συχνότητες.
14. Η συμμόρφωση με τις προδιαγραφές του [12] είναι δυσχερέστερη σε ασθενέστερο δίκτυο (όπου οι προδιαγραφές είναι αυστηρότερες) και υψηλότερες αρμονικές (άνω της 11ης, όπου το φιλτράρισμα είναι λιγότερο έντονο).
15. Οι ασυμμετρίες τάσης μπορούν να αναχθούν σε αρμονική παραμόρφωση και προκύπτει ότι η επίδρασή τους είναι αμελητέα στο φάσμα του ρεύματος εξόδου. Αντιθέτως, οι ασυμμετρίες τάσης δυσχεραίνουν τον έλεγχο ενεργού και αέργου ισχύος εξόδου και την ευθυγράμμιση με τον d άξονα του δικτύου προκειμένου να πραγματοποιηθούν οι μετασχηματισοί Park στο κύκλωμα ελέγχου.
16. Ο έλεγχος είναι σθεναρός ως προς διακυμάνσεις στα  $L_1$ , C.
17. Το τίμημα για την απλότητα του κυκλώματος ελέγχου είναι η μέτρηση τριών τριφασικών ηλεκτρικών μεγεθών. Το σύστημα ελέγχου εμφανίζει αυξημένη ευαισθησία σε σφάλματα μέτρησης του  $i_{L_1}$ . Σε περίπτωση ασθενέστερου δικτύου η ευαισθησία στο σφάλμα μέτρησης είναι μικρότερη.



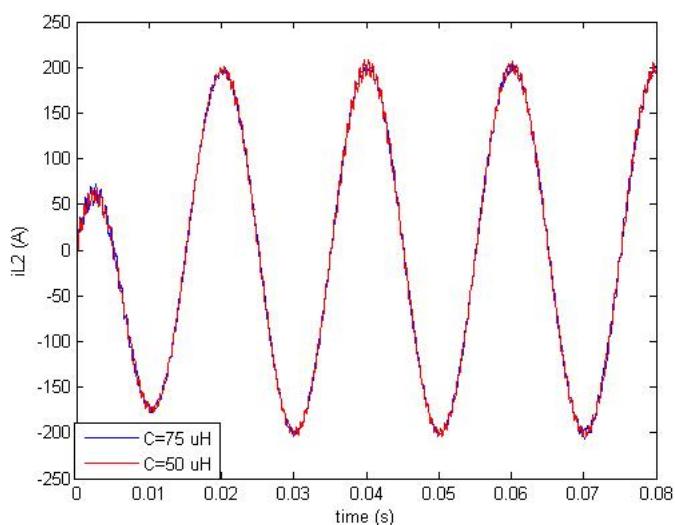
Σχήμα 55: Κυματομορφή και φάσμα της τάσης  $V_{cc}$  για  $S_k = 10S_N$  και αρμονική παραμόρφωση δικτύου



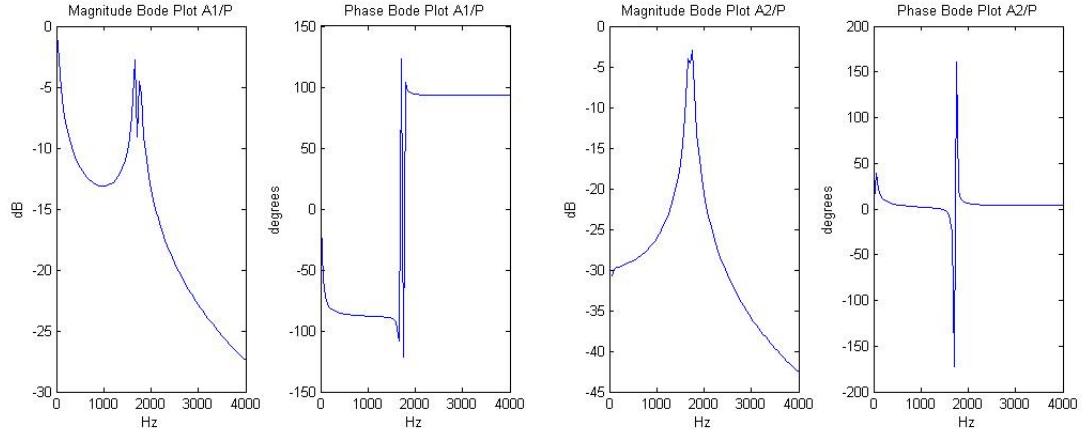
Σχήμα 56: Κυματομορφή και φάσμα της τάσης  $V_a$  για  $S_k = 20S_N$



$\Sigma\chi_57$ : Δυναμική απόχριση για  $L_{1r}=1.1\text{mH}$  (χωρίς σφάλμα) και  $L_{1r}=1.265\text{mH}$  (με σφάλμα).

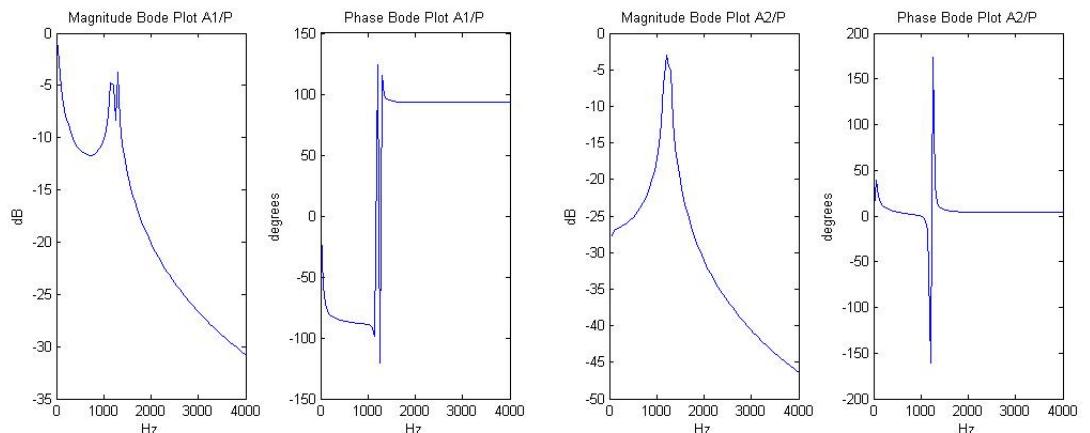


$\Sigma\chi_58$ : Δυναμική απόχριση για  $C_r=50\mu\text{H}$  (χωρίς σφάλμα) και  $C_r=75 \mu\text{H}$  (με σφάλμα).



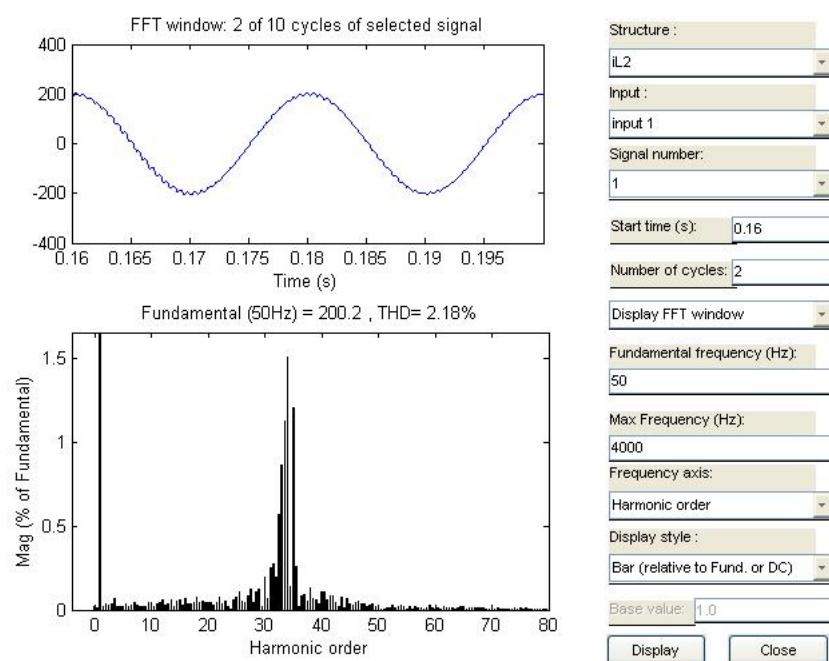
$\Sigma\chi\eta\mu\alpha$  59: Διάγραμμα Bode  $\frac{A1(s)}{P(s)}$   
για  $S_k = 20S_N$

$\Sigma\chi\eta\mu\alpha$  60: Διάγραμμα Bode  $\frac{A2(s)}{P(s)}$   
για  $S_k = 20S_N$

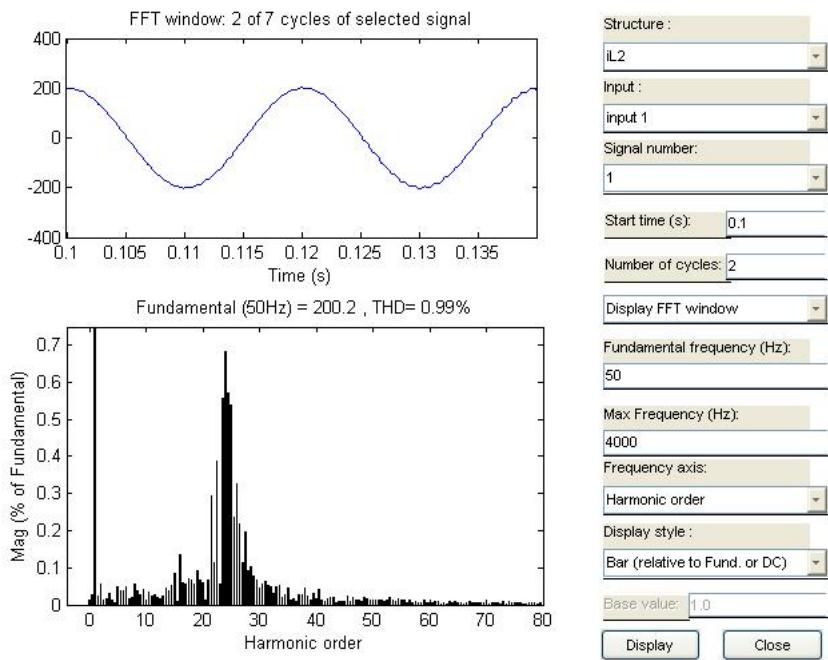


$\Sigma\chi\eta\mu\alpha$  61: Διάγραμμα Bode  $\frac{A1(s)}{P(s)}$   
για  $S_k = 10S_N$

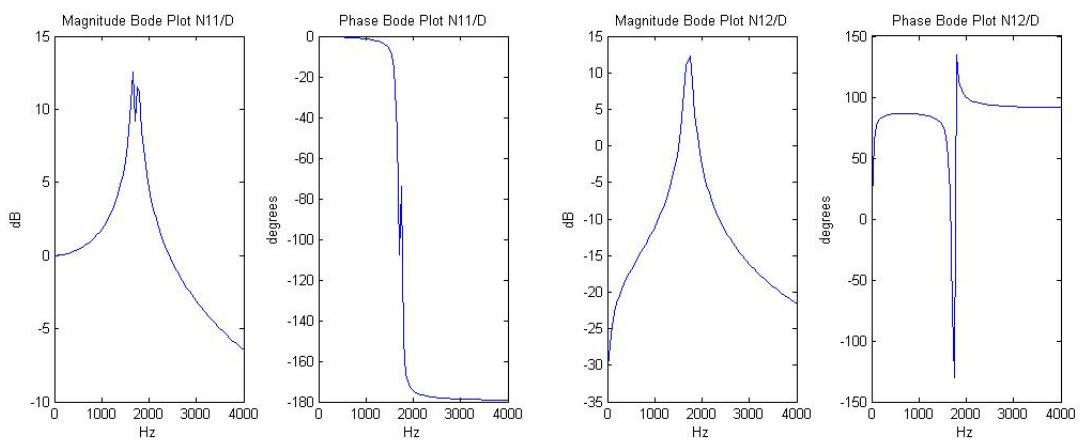
$\Sigma\chi\eta\mu\alpha$  62: Διάγραμμα Bode  $\frac{A2(s)}{P(s)}$   
για  $S_k = 10S_N$



Σχήμα 63: Φάσμα προσομοίωσης του ρεύματος  $i_{L_2}$  για  $S_k = 20S_N$  και σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_2}$

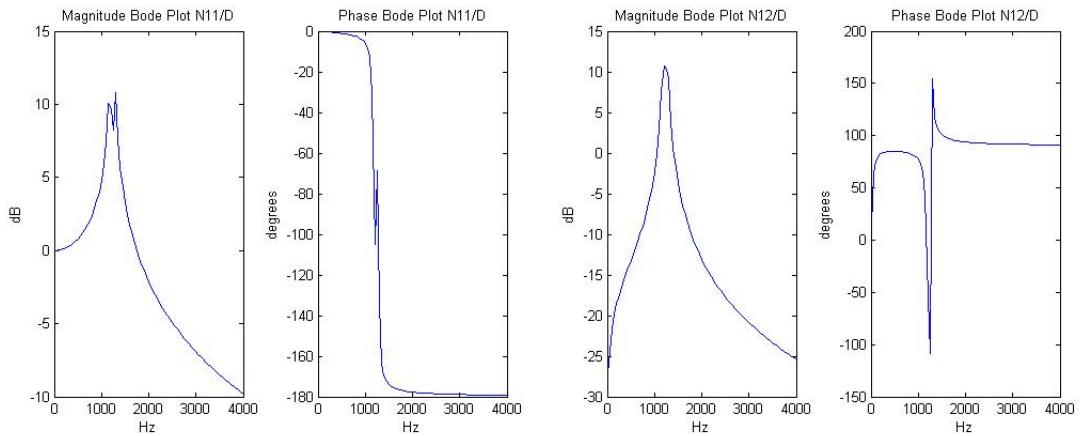


Σχήμα 64: Φάσμα προσομοίωσης του ρεύματος  $i_{L_2}$  για  $S_k = 10S_N$  και σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_2}$



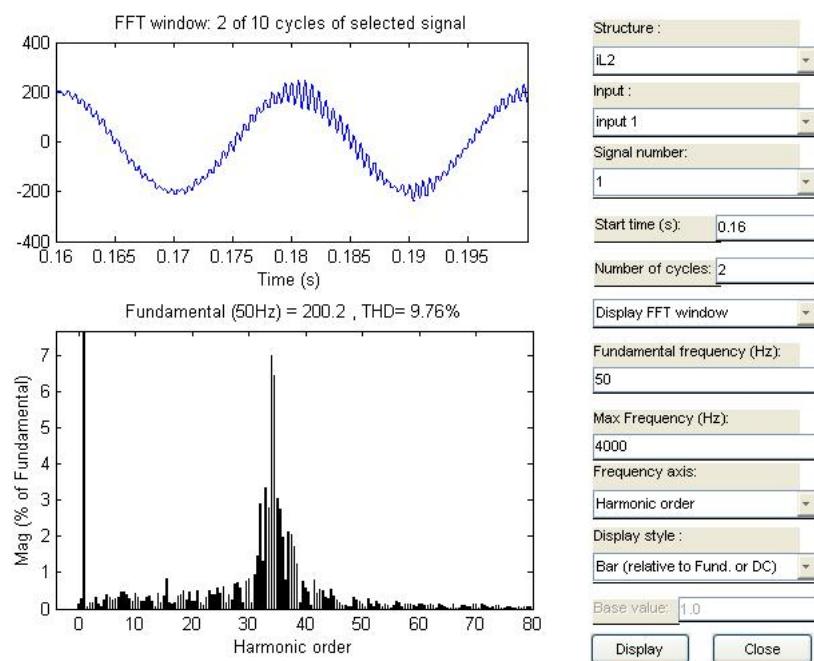
Σχήμα 65: Διάγραμμα Bode  $\frac{N_{11}(s)}{D(s)}$   
για  $S_k = 20S_N$

Σχήμα 66: Διάγραμμα Bode  $\frac{N_{12}(s)}{D(s)}$   
για  $S_k = 20S_N$

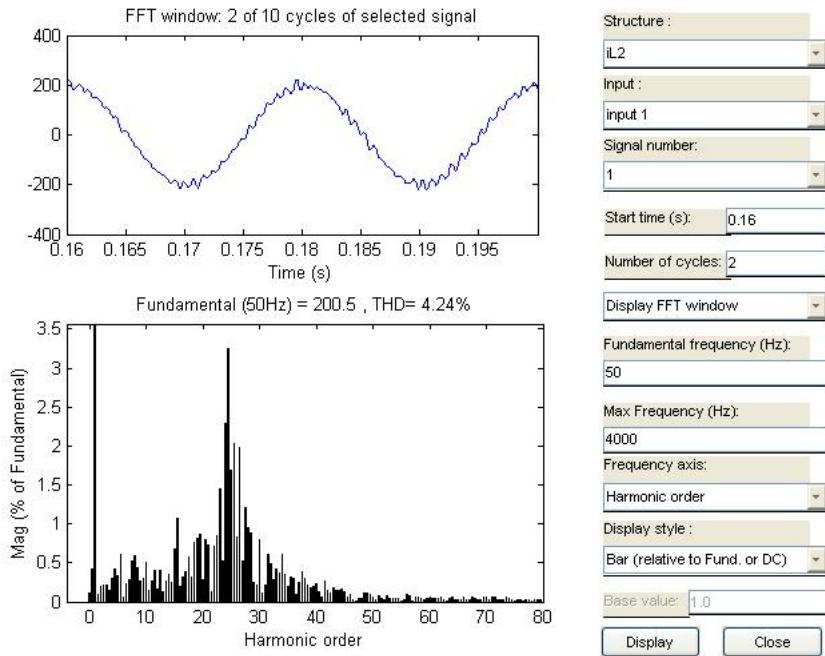


Σχήμα 67: Διάγραμμα Bode  $\frac{N_{11}(s)}{D(s)}$   
για  $S_k = 10S_N$

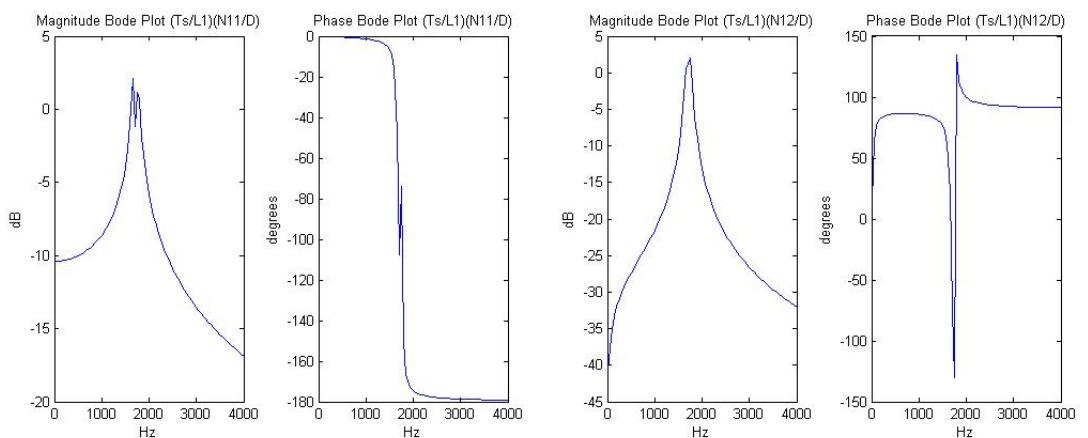
Σχήμα 68: Διάγραμμα Bode  $\frac{N_{12}(s)}{D(s)}$   
για  $S_k = 10S_N$



Σχήμα 69: Φάσμα προσομοίωσης του ρεύματος  $i_{L_2}$  για  $S_k = 20S_N$  και σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_1}$

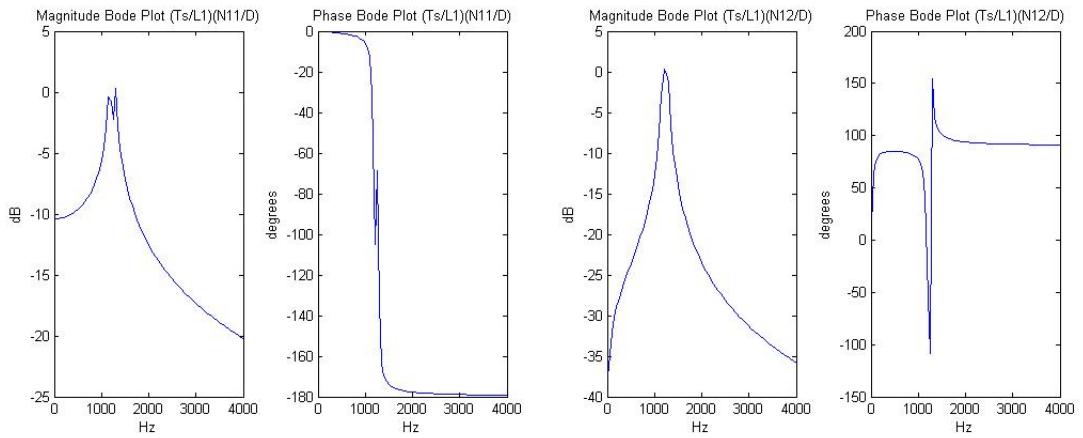


Σχήμα 70: Φάσμα προσομοίωσης του ρεύματος  $i_{L_2}$  για  $S_k = 10S_N$  και σφάλμα στη μέτρηση του  $i_{L_1}$



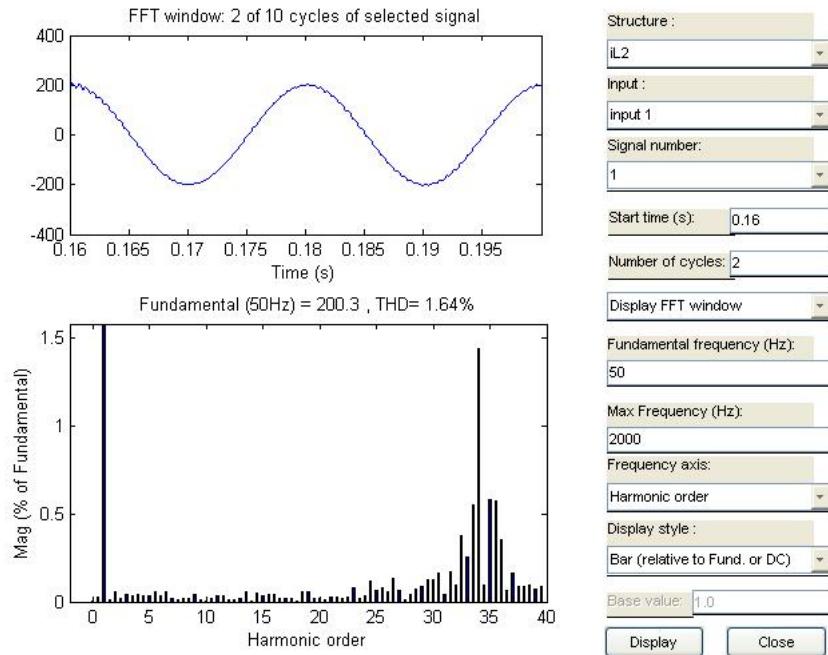
Σχήμα 71: Διάγραμμα Bode  $\frac{T_s N_{11}(s)}{L_1 D(s)}$  για  $S_k = 20S_N$

Σχήμα 72: Διάγραμμα Bode  $\frac{T_s N_{12}(s)}{L_1 D(s)}$  για  $S_k = 20S_N$

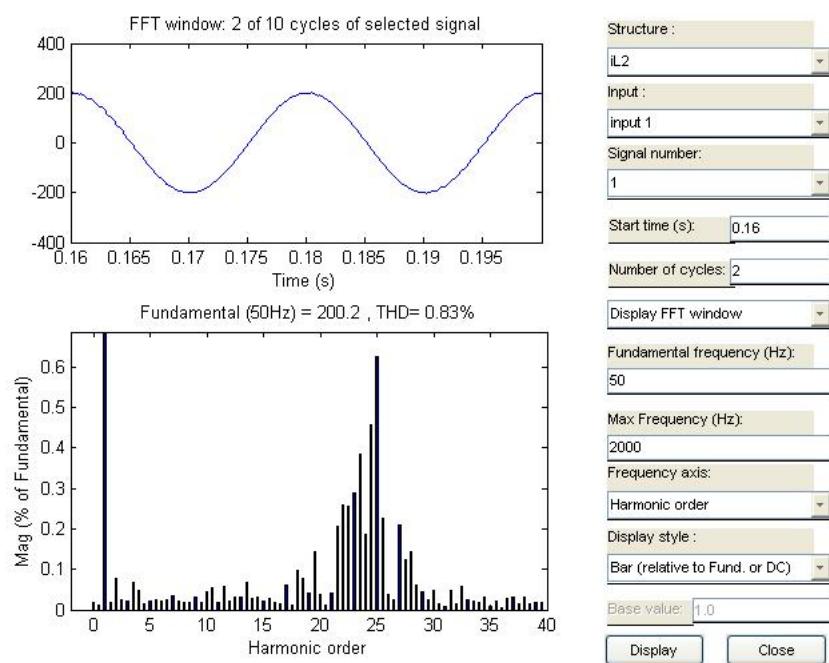


$\Sigma\chi\mu\alpha \quad 73:$  Διάγραμμα Bode  
 $\frac{T_s N_{11}(s)}{L_1 D(s)}$  για  $S_k = 10S_N$

$\Sigma\chi\mu\alpha \quad 74:$  Διάγραμμα Bode  
 $\frac{T_s N_{12}(s)}{L_1 D(s)}$  για  $S_k = 10S_N$



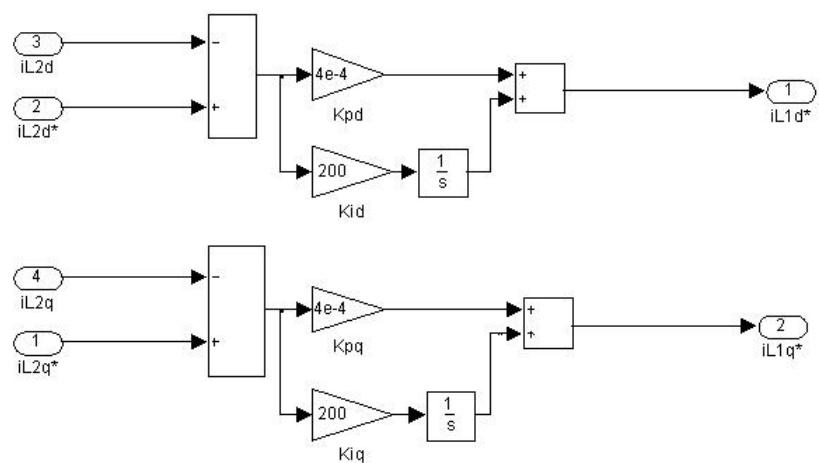
$\Sigma\chi\mu\alpha \quad 75:$  Φάσμα προσομοίωσης του ρεύματος  $v_b$  για  $S_k = 20S_N$



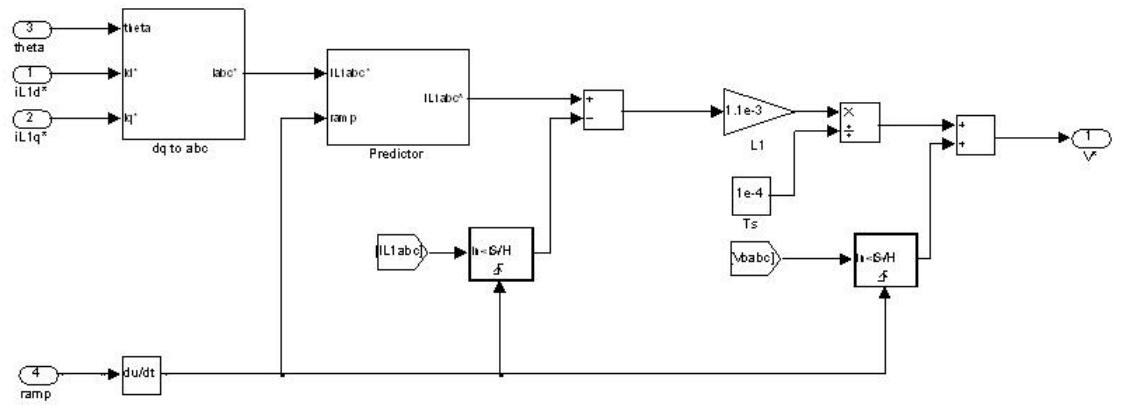
Σχήμα 76: Φάσμα προσομοίωσης του ρεύματος  $v_b$  για  $S_k = 10S_N$

## A Δομικά διαγράμματα Simulink

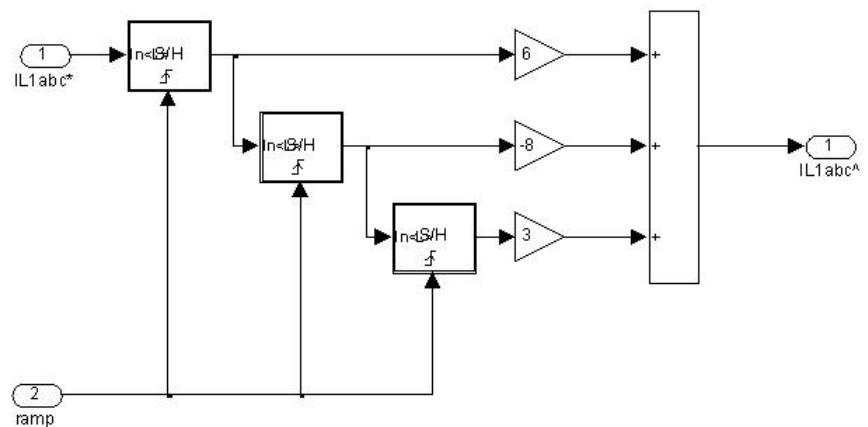
Για την προσομοίωση του κυκλώματος χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πακέτο SimPowerSystems του Matlab Simulink. Χρησιμοποιήθηκε ο αλγόριθμος Dormand-Prince με μέγιστο βήμα  $2 \cdot 10^{-6}$  s. Παρακάτω παρατίθενται τα block διαγράμματα του μοντέλου.



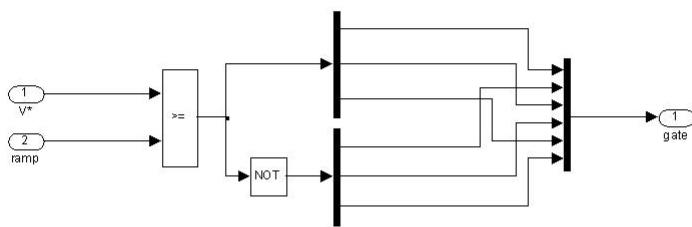
Σχήμα 77: Ο PI ελεγκτής



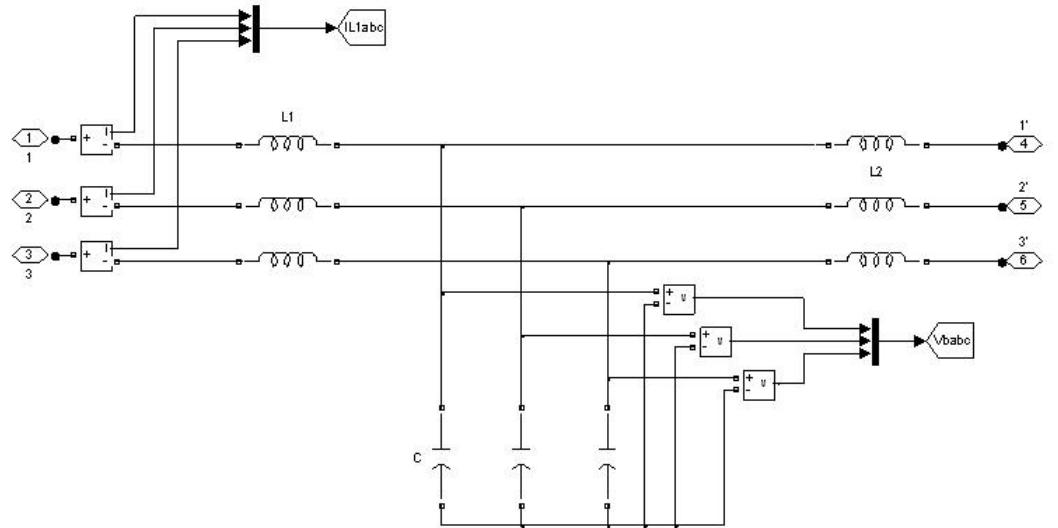
Σχήμα 78: Ο deadbeat ελεγκτής που αποτελείται από το κύκλωμα πρόβλεψης και τον ενισχυτή σφάλματος



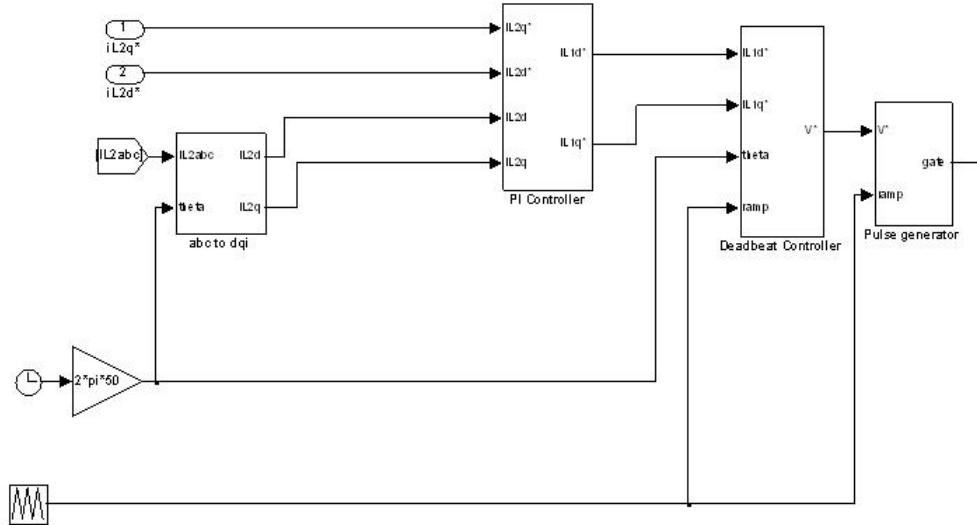
Σχήμα 79: Το κύκλωμα πρόβλεψης δευτέρου βαθμού



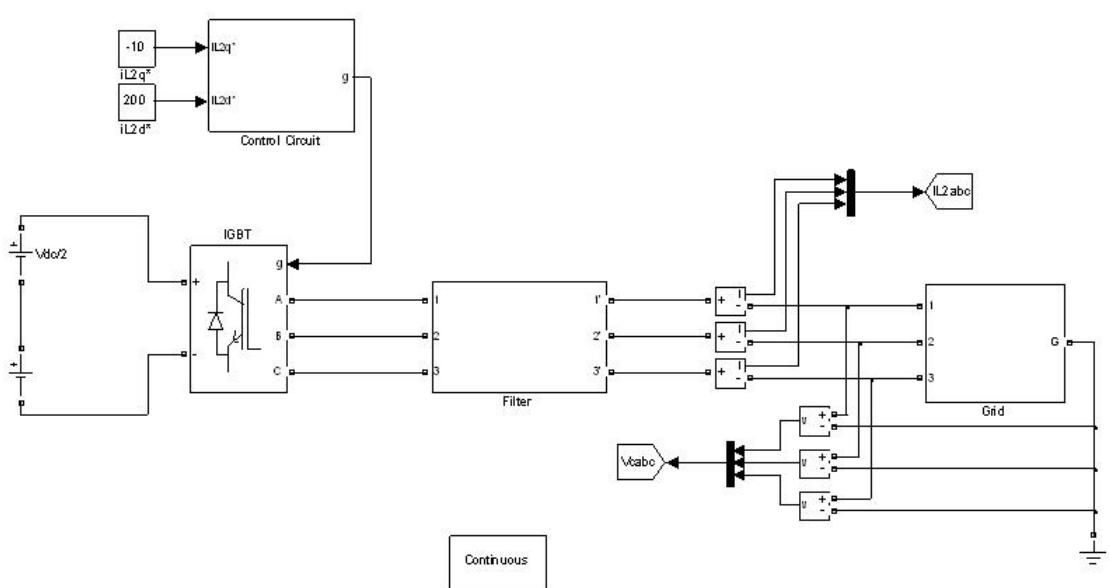
Σχήμα 80: Η παλμογεννήτρια της διαμόρφωσης εύρους παλμών



Σχήμα 81: Το LCL φίλτρο και τα όργανα μέτρησης  $V_b$ ,  $I_{L1}$



Σχήμα 82: Το κύκλωμα ελέγχου



Σχήμα 83: Το σύστημα ελέγχου

## B Κώδικας Matlab

### B.1 design.m

```
%design.m

%This m-file presents an algorithm for choosing system parameters L2, C, Ki, Kp.
%This is achieved with a trial and error process of calculating system poles and zeros
%with respect to Ki,Kp and extracting the step response of IL2d/q to IL2d/q

%Network parameters
Rs=2*51e-3;
R=Rs;
Ls=2*162e-6;
w=2*pi*50;

%(a) selection of proper T=Kp/Ki
T=2e-6;
%and proper L2, C
L2=10e-6;
L=Ls+L2;
C=50e-6;
a=-R/L;
b=1/L;
c=-1/C;

%Coefficients of:
%D(s)
d0=w^2*(a^2+w^2)+(b*c)^2+2*b*c*w^2;
d1=2*a*b*c-2*a*w^2;
d2=a^2+2*w^2-2*b*c;
d3=-2*a;
%N11(s)
n0=c*w^2*b+c^2*b^2;
n1=a*b*c;
n2=-b*c;

%(b) input to step command: h={(sT+1)N11(s)}/(sD(s))
h=tf([n2*T, n1*T+n2, n0*T+n1, n0],[1, d3, d2, d1, d0, 0]);

%(c) pole-zero diagram with respect to Ki
rlocus(h,[1:300]);

%(d) selection of proper Ki
```

```

Ki=200;

%(e) IL2d/q step response
Tcl=feedback(Ki*h,1);
%step(Tcl);

%(f)if 1. not stable or 2. not satisfactory dynamic response, return to step a

```

## B.2 dynamic.m

```
%dynamic.m
```

```
%Matlab code for the calculation of the roots of P(s) and the extraction of
%IL2d step response to IL2d*, IL2q*, Vcd, Vcq inputs
```

```

%System parameters
Rs=51e-3;
R=Rs;
Ls=162e-6;
L2=10e-6;
L=Ls+L2;
C=50e-6;
w=2*pi*50;
a=-R/L;
b=1/L;
c=-1/C;
Kp=4e-4;
Ki=200;

%Coefficients of:
%D(s)
d0=w^2*(a^2+w^2)+(b*c)^2+2*b*c*w^2;
d1=2*a*b*c-2*a*w^2;
d2=a^2+2*w^2-2*b*c;
d3=-2*a;
d4=1;
%N11(s)
n0=c*w^2*b+c^2*b^2;
n1=a*b*c;
n2=-b*c;
%N12(s)
m0=w*a*b*c;
m1=-2*w*b*c;

```

```

%N13(s)
s0=a*w^2*b;
s1=c*b^2-w^2*b;
s2=a*b;
s3=-b;
%N14(s)
q0=-w*c*b^2-w^3*b;
q2=-w*b;

%U1(s)=(sKp+Ki)N11(s)
U1=[0,0,Kp*n2, Kp*n1+Ki*n2, Kp*n0+Ki*n1, Ki*n0];
%U2(s)=sD(s)
U2=[1,d3,d2,d1,d0,0];
%U3(s)=(sKp+Ki)N12(s)
U3=[0,0,0,Kp*m1,Kp*m0+Ki*m1,Ki*m0];
%U4(s)=sN13(s)
U4=[0,s3,s2,s1,s0,0];
%U5(s)=sN14(s)
U5=[0,0,q2,0,q0,0];

%Calculation of system poles
%P(s)=(U1(s)+U2(s))^2+U3(s)^2
P=conv(U1+U2,U1+U2)+conv(U3,U3);
pp=roots(P)
%A1(s)=U1(s)*U2(s)+U1(s)^2+U3(s)^2
A1=conv(U1,U2)+conv(U1,U1)+conv(U3,U3);
%A2(s)=U2(s)*U3(s)
A2=conv(U2,U3);
%A3(s)=U4(s)*(U2(s)+U1(s))+U5(s)*U3(s)
A3=conv(U4,U2+U1)+conv(U5,U3);
%A4(s)=U5(s)*(U2(s)+U1(s))+U4(s)*U3(s)
A4=conv(U5,U2+U1)+conv(U4,U3);

h1=tf(A1,P);
h2=tf(A2,P);
h3=tf(A3,P);
h4=tf(A4,P);

%Calculation of system step response to hi (i=1,2,3,4) input
%h1 for response to IL2d*
%h2 for response to IL2q*
%h3 for response to Vcd
%h4 for response to Vcq

```

```
step(310*h3,0.3);
```

### B.3 fres.m

```
%fres.m
```

```
%This m-file
%1. calculates the value of L1 required in order to achieve resonance in a
%particular frequency fres
%2. calculates the value of fres for a particular selection of L1
%3. designs the Bode plot of IL2, IL1, Vc, Vb with respect to Va

%System parameters
Rs=2*51e-3;
R=Rs;
Ls=2*162e-6;
L2=10e-6;
L=Ls+L2;
C=75e-6;

%1. Select resonance frequency...
w=2*pi*1169;
%... for which L1 must satisfy k(L1)=0...
k=[2*w-8*w^3*L*C+6*w^5*(L*C)^2+4*w^3*(R*C)^2,4*w*L-8*w^3*L^2*C-4*w*R^2*C,2*w*L^2];
%... thus yielding
L1r=roots(k)

%2. Select L1...
L1=1.1e-3;
%...for which wres must satisfy h(w)=0...
h=[6*(L1*L*C)^2,0,-8*L1*L*C*(L1+L)+4*(R*L1*C)^2,0,2*(L1+L)^2-4*R^2*L1*C,0];
%... thus yielding
fr=roots(h)/(2*pi)

%3. We can chose to design the Bode plot of:
%pnum1: IL2
%pnum2: IL1
%pnum3: IC
%pnum4: Vb
%with respect to Va
pnum1=[1];
pnum2=[L*C,R*C,1];
pnum3=[L*C,R*C,0];
```

```

pnum4=[L,R];
pd़en=[L1*L*C,R*L1*C,L1+L,R];
om=[1:65000];
s=sqrt(-1)*om;
ol=polyval(pnum1,s)./polyval(pd़en,s);
olmag=10*log10(abs(ol));
semilogx(om/(2*pi),olmag);

```

## B.4 Bode.m

```
%Bode.m
```

```

%This m-file generates the Bode plot of IL2/Vc and calculates the magnitude
%of 5th, 7th and 11th harmonic

%System parameters
Rs=2*51e-3;
R=Rs;
Ls=2*162e-6;
L2=10e-6;
L=Ls+L2;
C=75e-6;
w=2*pi*50;
L1=1.1e-3;
a=-R/L;
b=1/L;
c=-1/C;
Kp=4e-4;
Ki=200;

%Coefficients of:
%D(s)
d0=w^2*(a^2+w^2)+(b*c)^2+2*b*c*w^2;
d1=2*a*b*c-2*a*w^2;
d2=a^2+2*w^2-2*b*c;
d3=-2*a;
%N11(s)
n0=c*w^2*b+c^2*b^2;
n1=a*b*c;
n2=-b*c;
%N12(s)
m0=w*a*b*c;
m1=-2*w*b*c;

```

```

%N13(s)
s0=a*w^2*b;
s1=c*b^2-w^2*b;
s2=a*b;
s3=-b;
%N14(s)
q0=-w*c*b^2-w^3*b;
q2=-w*b;

%U1(s)=(sKp+Ki)N11(s)
U1=[0,0,Kp*n2, Kp*n1+Ki*n2, Kp*n0+Ki*n1, Ki*n0];
%U2(s)=sD(s)
U2=[1,d3,d2,d1,d0,0];
%U3(s)=(sKp+Ki)N12(s)
U3=[0,0,0,Kp*m1,Kp*m0+Ki*m1,Ki*m0];
%U4(s)=sN13(s)
U4=[0,s3,s2,s1,s0,0];
%U5(s)=sN14(s)
U5=[0,0,q2,0,q0,0];

%P(s)=(U1(s)+U2(s))^2+U3(s)^2
P=conv(U1+U2,U1+U2)+conv(U3,U3);
pp=roots(P)
%A3(s)=U4(s)*(U2(s)+U1(s))+U5(s)*U3(s)
A3=conv(U4,U2+U1)+conv(U5,U3);
%A4(s)=U5(s)*(U2(s)+U1(s))+U4(s)*U3(s)
A4=conv(U5,U2+U1)+conv(U4,U3);

%G(s)={A3(s)-jA4(s)}/P(s)
pnum=A3-j*A4;
pd़en=P;

%Bode plot of G(s) for s=jnw-jw
%IL2(jw)/Vc(jw)=G(jnw-jw)
om=w*[0:15000];
s=sqrt(-1)*(om-w);
ol=polyval(pnum,s)./polyval(pd़en,s);
olmag=10*log10(abs(ol));
alpha=180/pi*angle(ol);
subplot(1,2,1)
semilogx(om/(2*pi),olmag);
subplot(1,2,2)
semilogx(om/(2*pi),alpha);

```

```
%Magnitude of hth harmonic (h=5,7,11)
h5=olmag(6)
h7=olmag(8)
h11=olmag(12)
```

## B.5 asymmetry.m

```
%This m-file calculates the frequency response of a user-defined transfer
%function at a user-defined frequency

%System parameters
Rs=51e-3;
R=Rs;
Ls=162e-6;
L2=10e-6;
L=Ls+L2;
C=50e-6;
w=2*pi*50;
L1=1.1e-3;
a=-R/L;
b=1/L;
c=-1/C;
Kp=4e-4;
Ki=200;

%Coefficients of:
%D(s)
d0=w^2*(a^2+w^2)+(b*c)^2+2*b*c*w^2;
d1=2*a*b*c-2*a*w^2;
d2=a^2+2*w^2-2*b*c;
d3=-2*a;
%N11(s)
n0=c*w^2*b+c^2*b^2;
n1=a*b*c;
n2=-b*c;
%N12(s)
m0=w*a*b*c;
m1=-2*w*b*c;
%N13(s)
s0=a*w^2*b;
s1=c*b^2-w^2*b;
s2=a*b;
```

```

s3=-b;
%N14(s)
q0=-w*c*b^2-w^3*b;
q2=-w*b;

%U1(s)=(sKp+Ki)N11(s)
U1=[0,0,Kp*n2, Kp*n1+Ki*n2, Kp*n0+Ki*n1, Ki*n0];
%U2(s)=sD(s)
U2=[1,d3,d2,d1,d0,0];
%U3(s)=(sKp+Ki)N12(s)
U3=[0,0,0,Kp*m1,Kp*m0+Ki*m1,Ki*m0];
%U4(s)=sN13(s)
U4=[0,s3,s2,s1,s0,0];
%U5(s)=sN14(s)
U5=[0,0,q2,0,q0,0];

%P(s)=(U1(s)+U2(s))^2+U3(s)^2
P=conv(U1+U2,U1+U2)+conv(U3,U3);
%A3(s)=(U4(s)*(U2(s)+U1(s)))+U5(s)*U3(s)
A3=conv(U4,U2+U1)+conv(U5,U3);
%A4(s)=U5(s)*(U2(s)+U1(s))-U4(s)*U3(s)
A4=conv(U5,U2+U1)-conv(U4,U3);

%Select transfer functions
pnum1=[A3];
pnum2=[A4];
pd़en=P;

%Select disturbance frequency
wd=2*pi*100
s=sqrt(-1)*wd;

%Calculation of magnitude and phase response for selected frequency and
%transfer functions
ol1=polyval(pnum1,s)./polyval(pd़en,s);
olmag1=abs(ol1)
olpha1=180/pi*angle(ol1)

ol2=polyval(pnum2,s)./polyval(pd़en,s);
olmag2=abs(ol2)
olpha2=180/pi*angle(ol2)

```

## References

- [1] E. Twining, D. G. Holmes. " Grid Current Regulation of a Three-Phase Voltage Source Inverter With an LCL Input Filter", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 18, No. 3, May 2003
- [2] T. Kawabata, T. Miyashita, Y. Yamamoto. "Dead Beat Control of Three Phase PWM Inverter", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 5, No. 1, January 1990
- [3] E. J. Bueno, F. Espinosa, F. J. Rodriguez, J. Urena, S. Cobreces. "Current Control of Voltage Source Converters connected to the grid through an LCL-filter", 2004 25th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference
- [4] M. Prodanovic, T. C. Green. "Control and Filter Design of Three-Phase Inverters for High Power Quality Grid Connection", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 18, No. 1, January 2003
- [5] M. Lindgren, J. Svensson. "Control of a Voltage-source Converter Connected to the Grid through an LCL-filter - Application to Active Filtering", Proc. IEEE PESC 1998, pp.229-235
- [6] B. Bolsens, K.de Branbandere, J. Van den Keybus, J. Driesen, R. Belmans. "Model-Based Generation of Low Distortion Currents in Grid-Coupled PWM-Inverters Using an LCL Output Filter", 2004 35th Annual IEEE PESC, pp. 4616-4622
- [7] D. N. Zmood, D. G. Holmes, G. H. Bode. "Frequency-Domain Analysis of Three-Phase Linear Current Regulators", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 37, No. 2, March/April 2001
- [8] B. K. Bose. "Power Electronics and Variable Frequency Drives", IEEE Press
- [9] C. Qiao, K. M. Smedley. "Three-phase Grid-Connected Inverters Interface for Alternative Energy Sources with Unified Constant-frequency Integration control", 36th IAS annu. meeting, ind. appli., 2001 vol. 4 pp 2675-2682
- [10] Φ. Γάκης. "'Ελεγχος Αντιστροφέων Ισχύος Μονάδων Διανεμημένης Παραγωγής που συνδέονται στο Δίκτυο", Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, 2005
- [11] Σ. Μανιάς. "Ηλεκτρονικά Ισχύος", Εκδόσεις Συμεών, 2000
- [12] Σ. Παπαθανασίου. "Σύνδεση Εγκαταστάσεων Παραγωγής στα Δίκτυα Διανομής", Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σεπτέμβριος 2003
- [13] B. C. Kuo. "Digital Control Systems, Second Edition", Oxford University Press

- [14] J. J. Distefano, A. R. Stubberud, I. J. Williams. "Θεωρία και Προβλήματα στα Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου Αναλογικών και Ψηφιακών Συστημάτων, Δεύτερη 'Έκδοση", Σειρά Schaum, Εκδόσεις Τζιόλα, 2000
- [15] N. S. Nise. "Control Systems Engineering, Third Edition", John Wiley & Sons, 2000
- [16] Π. Γ. Κωττής. "Διαμόρφωση και Μετάδοση Σημάτων, Δεύτερη 'Έκδοση", Εκδόσεις Τζιόλα, 2005
- [17] F. Nekoogar, G. Moriarty. "Digital Control Using Digital Signal Processing", Prentice Hall PTR